# D. ÆGIDII STRAUCHII,

PROFESSORIS QVONDAM WITTEBERG.

# MAGNITUDINUM DOCTRINÆ

*PARS SPECIALIS,*

# TRIGONOMETRIAM, GEODÆSIAM & STEREOMETRIAM

COMPLECTENS,

*In*

BREVISSIMOS APHORISMOS

*METHODICE CONTRACTA.*

*EDITIO SECUNDA.*

*WITTEBERGÆ,*

Sumptibus Hæred. D. TOBIÆ MEVII, & ELERDI SCHUMACHERI,

*Typis MATTHÆI HENCKELII, Acad. Typ.*

*ANNO M. DC. LXXXVIII.*

Digitized by Google

# APHORISMI TRIGONOMETRICI.

## *Aphor. 1.*

CUm Triangularis figura omnium prima & ſimplicisſima ſit, in qvam reliqvas omnes reſolvere & factâ reſolutione, dimetiri poſſumus, ideò eandem ſingulari curâ contemplati ſunt veteres & diſciplinam, ad qvam inventa ſua retulerunt, *Trigonometriam* vocarunt.

*Aph.* 2. Eſt igitur Trigonometria Scientia Trianguli qvatenus qvantum: ab aliis definitur, qvod ſit Scientia, Trianguli ſolutionem docens. Et à Geometria differt, uti à Phyſica Anthropologia.

*Aphor.* 3. Ut qvantitas Trianguli ex-

ploretur, obſervandæ ſex ejusdem partes ſunt; Conſtat enim Triangulum qvodvis ê tribus lateribus & totidem angulis.

*Aph.* 4. Si latera Trianguli ſint lineæ rectæ, *rectilineum*, ſin circulares, *Sphæricum* appellatur.

*Aphor.* 5. *Angulorum menſuræ*, tum in rectilineo, tum in Sphærico Triangulo ſunt Lineæ curvæ, ê puncto concurſus laterum, tanqvam ê centro, deſcriptæ. Id eſt, Anguli in centro ſunt, ut peripheriæ, in qvas inſiſtunt. Vel, inæqvalibus circulis anguli eandem habent rationem, cum peripheriis, qvibus inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant, unde peripheriæ, in Triangulo Sphærico ad qvadrantem extenſæ, pro angulorum menſura aſſumuntur.

*Aph.* 6. Curvilineum in qvovis Triangulo & Laterum & angulorum reſpectu circulum maximum exhibet, & niſi id fiat, curvilineum circuli minoris in gradus circuli maximi prius mutandum eſt.

*Aph.*

*Aphor.* 7. Dividitur autem circulus maximus uſitatisſimè in 360. partes, qvas *Gradus* appellant, & horum qvilibet ſexagecuplâ ratione in ſcrupula ſeu minuta, unde fit, qvod æqvali numerô Graduum, magnitudinum æqvalitas indicetur.

*Aphor.* 8. Primus *Vieta* in Expoſitione Calendarii Gregoriani & poſt hunc *Henricus Briggius* in Trigonometria Britannica, Gradus patiuntur decuplâ ratione, in partes primarias 100. & harum qvamlibet in partes decem, qvarum qvælibet ſecatur eâdem ratione. Atqve has partes calculum reddere multò faciliorem & non minus certum obſervârunt.

*Aph.* 9. Non tantum circulorum partes in hoc negotio numeris exprimi ſolent, ſed etiam Lineæ rectæ, qvæ vel laterum rationem habent, vel Peripheriarum ſuarum relativæ ſunt, in certas partes dividuntur, eædemq; numeris exprimuntur.

*Aph.* 10. Eſt igitur Τριγωνομετρεῖν *Triangu-*

*angulum metiri* ſeu *ſolvere*, ê datis tribus in Triangulo & numeris expresſis, tria reliqva, vel qvodlibet horum, per uſum Regulæ Proportionum inveſtigare.

*Aph* 11. Et ſi tria dentur latera, vel duo anguli, & unum latus, vel duo latera & unus angulus, & anguli & latera inveniri poſſunt. Sin autem tres anguli tantùm dentur, non latera inde, ſed laterum proportionem inveſtigare poteris.

*Aph.* 12. Ut ſolutio illa peragi posſit, omne cujuslibet Trianguli curvilineum in lineam rectam mutari debet; qvia circularis linea in rectam tranſire neqvit, nec hæc in illam, niſi utraqve prius in puncta tranſiverit, nec curvi ad rectum proportio ſatis cognita eſt, nedum ut numeris eadem posſit exprimi.

*Aph.* 13. Curvilineum, qvod in Triangulorum ſolutione occurrit, variè denominari ſolet, & primò vocatur, vel *arcus totalis* vel *arcus partialis*, & uterqve vel ſecundum veteres, vel ſecundum recentiores. Secundò, vel arcus *datus*

vel

vel *complementi*, & hic vel *complementi ad Semicirculum*, vel *complementi ad qvadrantem*, dicitur.

*Aph.* 14. *Arcus totalis* dicitur maxima circuli pars, qvæ ab artificibus ita aſſumitur, ut ei reſpondens recta linea, omnium reliqvarum norma ſit. Et apud Veteres ſemicirculus erat, apud recentiores qvadrans eſſe ſolet, *ut in ſchemate A. arcus a b c.*

*Aphor.* 15. *Arcus partialis* is omnis dicitur, qvi vel major, vel minor eſt totali, *ut arcus a b. vel arcus b c. vel arcus b c e a, &c.*

*Aph.*16. *Arcus datus*, item primus dicitur, qvi primò cognitus eſt, vel cognoſcendus, *ut in ſchemate A, arcus a b.*

*Aph.*17. *Arcus complementi*, item ſecundus vocatur, qvi ê primo per ſubtractionem innoteſcit, & ſi arcus datus â ſemicirculo ſubtrahatur, differentia erit *complementum ad ſemicirculum, ut hoc loco arcus b c.* Sin autem idem arcus datus ſubtrahatur â qvadrante circuli, vocabitur differentia *Complementum ad*

*Qvadrantem*, item, κατ᾽ ἐξοχὴν complementum, *ut hoc loco b f.*

*Aph.* 18. Lineæ rectæ, qvæ curvarum loco, in Triangulorum ſolutione adhiberi ſolent, ſunt vel *inſcriptæ*, vel *adſcriptæ*, vel *Tranſcriptæ*. Et adſcriptæ vel *Subtenſæ*, vel *Sinus* dicuntur.

*Aph.* 19. *Subtenſa*, alias chorda, vocatur linea recta, circulo inſcripta, eosdem habens terminos, qvos peripheria, qvam Subtendere dicitur. Eſtq; alia maxima alia minor, alia arcus dati, alia arcus complementi.

*Aph.* 20. *Subtenſa maxima* apud veteres, qvi ſubtenſis uſi ſunt, fuit Diameter, reſpondens arcui eorum maximo, ſemicirculo nempe, *ut in noſtro ſchemate recta a d c.* Diviſerunt igitur *Hipparchi*, *Menelai* & imprimis *Ptolomæi* ætate, Diametrum in partes aliqvot, ut 120. & omnes Subtenſas huic Diametro accommodarunt, in integris partibus & partium ſexageſimis. Horum methodum *Orontius* ſuam fecit, qvamvis permoleſtum fuerit, chordas reliqvas in ejusmodi

ejuſmodi partibus inveſtigare, cum multiplicatio, diviſio, extractioq; radicum per fractiones Aſtronomicas inſtituenda fuerit, vel partes Diametri asſumptæ in minuta prima & ſecunda convertendæ, & vice verſa, qvæ omnia cum ingenti difficultate conjuncta fuiſſe dubium non eſt. Recentiores igitur ut *Regiomontanus* & alii Diametrum aſſumſerunt in plures partes diviſam, nonnulli 200000 partium. Alii aliter.

*Aph.* 21. *Subtenſa minor* qvælibet linea vocari ſolet, qvâ duo arcus, ſemicirculo vel majoris, vel minoris, termini connectuntur. *ut recta a b.*

*Aphor.* 22. *Subtenſa arcus dati* vocatur, qvæ arcui dato reſpondet. *ut eadem recta a b.*

*Aph.* 23. *Subtenſa arcus complementi* dicitur, qvæ arcui Complenti reſpondet. *ut recta b c.* Ubi obſerves: Subtenſam qvamvis arcus dati, eſſe etiam ſubtenſam arcus complementi ad integrum circulum. *ut recta a b, eſt ſubtenſa & arcus a b & arcus b f c e a.*

*Aph.* 24. Subtenſarum calculum diviſionem Diametri in certas partes præſupponere, modò dictum eſt; & qvamvis Veteres in majores partes eandem partiti ſint, præſtabit tamen in minores & plures particulas normam diviſiſſe, qvo normati qvantitas exactius innoteſcat; Aſſumemus igitur nos communisſimam Diametri in 20000000 particulas diviſionem.

*Aph.* 25. In Subtenſarum porrò calculo ſeptem primarias eſſe, obſervant Trigonometræ, qvas primò omnium inveſtigant, & qvarum beneficiô reliqvas ſubtenſas & ſubtenſarum ſemiſſes, Sinus, invenire non eſt difficile: Harum prima concernit arcum *60°*. ſeu ſextam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 30°. Altera concernit arcum *90°*. ſeu qvartam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 45°. Tertia concernit arcum 120°. ſeu tertiam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus *60°*. Qvarta ſubtendit arcum 36°. ſeu decimam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 18°. Qvinta ſubten-

tendit arcum 72°. ſeu qvintam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 36°. Sexta ſubtendit arcum 24°. ſeu decimam qvintam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 12°. Septima ſubtendit arcum 30°. ſeu duodecimam partem circuli, cujus ſemisſis eſt Sinus 15°. Pro prima itaqve ſubtenſa datur Semidiameter qvævis, ut hôc locô A B, A D, vel etiam F G &c. Nam Semidiameter ſubtendit ſextam partem circuli. Pro altera ſubtenſa datur linea recta C D. Pro tertia datur recta C H. Pro qvartâ A I. per 10. XIII. Eucl. Pro qvinta C I. Pro ſexta H K per 16. IV. Eucl. Deniqve pro ſubtenſa ſeptima datur L F.

*Aph. 26. Pro Subtensâ primariâ primâ ſ. Latere Hexagoni, circulo inſcripti:* Cum latus Hexagoni circulo inſcripti æqvale ſit Semidiametro, ideò in calculo ſubtenſarum Diametri, qvæ certarum adſumitur partium, ſemisſis, erit latus Hexagoni.

*Aphor. 27. Pro Subtensâ primariâ ſecunda ſeu Latere Tetragoni circulo inſcripti:*

A 6 Cum

Cum in rectangulis triangulis qvadratum, qvod à latere, rectum angulum ſubtendente, deſcribitur, æqvale ſit qvadratis, qvæ â lateribus, rectum angulum continentibus, deſcribuntur, *per* 47. *I. Eucl.* & pro ſubtenſa tetragoni detur hujus modi Triangulum rectangulum C A D; ideò ê ſumma qvadratorum lateris C A & A D extracta radix qvadrata, manifeſtat latus C D qvæſitum.

*Aph.* 28. *Pro Subtenſa primaria tertia, ſ. latere Trigoni, circulo inſcripti:* Cum trianguli æqvilateri, circulo inſcripti, latus potentiâ triplum ſit ejus lineæ, qvæ ê centro circuli ducitur, ſ. Semidiametri, ideò è qvadrato radii triplato extracta radix, manifeſtat latus Trigoni C H.

*Aph.* 29. *Pro Subtensâ primaria qvartâ, ſ. latere Decagoni, circulo inſcripti.* In ſchemate ſuperiori latus Decagoni repræſentatur A I Lineâ, pro qva inveſtiganda primo in triang. rectangulo C A M, ê datis lateribus A C radio & A M ſemiradio *per* 47. *I.* invenitur hypotenuſa M C, cui æqvalis eſt M I, â qva ſubtra-
ctâ

ctâ lineâ M A, ſ. ſemiradiô, remanet A I latus Decagoni.

*Aph.* 30. *Pro Subtenſâ primariâ qvinta, ſ. Latere Pentagoni, circulo inſcripti:* Rectè *Eucl. L. XIII. prop.* 10. Sin in circulo Pentagonum æqvilaterum deſcribatur, Pentagoni Latus poteſt & latus Hexagoni & latus Decagoni in eodem circulo deſcriptorum; Nam in ſchemate ſuperiori latus Pentagoni eſt C I, qvod per 47. *I.* invenitur, ſi ê ſummâ qvadratorum, hexagoni C A & Decagoni A I, extrahatur radix.

*Aphor.* 31. *Pro Subtenſâ primaria ſexta, ſ. Latere Pentadecagoni, circulo inſcripti.* Datur pro Latere Pentadecagoni H K triangulum rectangulum K N H, in qvo latus N H eſt differentia inter ſemiſſem Lateris Trigoni O H & ſemiſſem lateris Pentagoni P K; latus autem N K tantum eſt, qvantum O P, ſeu exceſſus lateris A P, ultra Semiradium; qvod latus A P *per* 47. *I.* inventu facilè eſt, cum pro eodem detur A K radius, & P K ſemisſis Pentagoni. Inventis autem Lateribus

NH & NK *per eandem* 47. *I.* hypotenuſa HK innoteſcit.

*Aph.* 32. *Pro Subtensâ primaria ſeptima, ſ. Latere Dodecagoni circulo inſcripti:* Datur pro latere Dodecagoni LF Triang. rectangulum LQF, in qvo latus LQ eſt differentia inter ſemiſſem lateris Trigoni LO & Hexagoni FR. Latus autem QF tantum eſt, qvantum OR, ſeu exceſſus lateris AR ultra ſemiradium, qvod latus AR *per* 47. *I.* inventu facile eſt, cum pro eodem detur AF radius & FR ſemisſis Hexagoni. Inventis autem Lateribus LQ & QF *per eandem* 47. *I.* Hypotenuſa LF innoteſcit.

*Aphor.* 33. Qvamvis communiter SEPTEM tantùm primarias ſubtenſas numerent, & invenire easdem doceant, mihi tamen videtur, multas alias, ſimili ratione inveſtigari poſſe. Nam in eodem ſchemate arcus DK erit 54°, ejusdemq; Subtenſa DK, pro qva in Triangulo rectangulo KSD, datur latus SD, differentia Semi-Pentagoni & Semidiametri, itemq; Latus SK lateri AP, (qvod

in

in Triangulo APK, ſi nondum inventum ſit, facilè inveniri poterit) æqvale; Innoteſcit igitur *per* 47. *I.* hypotenuſa DK ſubtenſa 54°.

*Aph.* 34. Similiter pro ſubtenſa GK, arcus 6°. ſubtrahatur â linea AR linea AP. ut remaneat PR, æqvalis lineæ TG. & ſemisſis lateris Hexagoni RG, ſubtrahatur â ſemiſſe Lateris Pentagoni PK, ut remaneat TK. Ita enim aggregatum qvadratorum GT & TK æqvabitur qvadrato hypotenuſæ KG, unde latus ipſum, ſeu ſubtenſa 6°. innoteſcit.

*Aph.* 35. Qvod ſi in eodem ſchemate UX ſit latus Decagoni circulo inſcripti, erit arcus GX. 12°, ejusdemq; ſubtenſa recta GX. Pro qva primò in Triangulo AYX ê Semidiametro AX, & ſemiſſe lateris Decagoni YX, inveſtigetur rectæ AY qvantitas, â qvâ ſubtractâ AR lineâ, remanebit RY. Deinde in Triangulo X α G ê datis lateribus αX lineæ RY æqvali, & αG, differentiâ inter ſemiſſem Lateris Hexagoni RG,

& ſe-

& ſemiſſem Lateris Decagoni Y X facile invenitur hypotenuſa G X ſubtenſa 12°.

*Aph.*36. Non aliter pro arcus 42°. L U, Subtenſa, recta nempe L U. ê datis lateribus β U, lineæ O Y æqvali, & L β differentiâ, inter ſemiſſem lateris Trigoni L O &ſemiſſem lateris Decagoni U Y *per* 47. *I.* invenitur Hypotenuſa L U, qvæ eſt ſubtenſa 42°. Atq; eâdem ratione innumeræ aliæ Subtenſæ, in partibus Diametri aſſumptis inveſtigari poſſunt.

*Aph.* 37. Inventis ſubtenſis primariis *Subtenſæ complementorum ad Semicirculum, eorundem arcuum*, facili negotiô inveniri poſſunt; Diameter enim circuli poteſt ſubtenſam arcus dati & ſubtenſam complementi ejusdem ad ſemicirculum, idq; ideò, qvia in circulo angulus, qvi in ſemicirculo, rectus eſt. 31. *III.* & in rectangulis Triangulis Qvadratum, qvod â Latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æqvale eſt eis, qvæ â Lateribus, rectum angulum continentibus, deſcribuntur qvadratis 47. *I.* Subtractô igitur qvadratô Subtenſæ arcus

dati,

dati, â qvadrato Diametri, remanebit qvadratum ſubtenſæ complementi ad ſemicirculum.

*Aph.*38. Ad ſubtenſarum porrò calculum apprimè conducit *Ptolomæi* Lemma: Si qvadrangulum circulo inſcribatur, Rectangulum, â Diagoniis comprehenſum, æqvatur Rectangulis, comprehenſis ab oppoſitis lateribus. Unde datis duarum Peripheriarum inæqvalium Subtenſis, & differentiæ & ſummæ ſubtenſæ facilè inveniuntur.

*Aph.* 39. Pro Subtenſa deniqve arcus dimidii inveſtiganda obſervabis Lemma aliud: Si in ſemicirculo ſubtenſa qvæpiam inſcripta fuerit, rectangulum radii & differentiæ Subtenſæ complementi â Diametro, æqvale eſt qvadrato ſubtenſæ arcus dimidii.

*Aph.* 40. Hactenus de Subtenſarum calculo dictum eſt, de SINIBUS porrò dicendum; Sinus igitur eſt Linea recta, circulo inſcripta, ab uno arcus termino perpendicularis.

*Aph.* 41. Sinus alius Totus eſt, alius Partialis. *Aph.*

*Aphor.* 42. *Sinus Totus* eſt Semidiameter circuli, relativa qvadrantis, circuli ejusdem.

*Aph.* 43. *Sinus Partialis* is omnis dicitur, qvi totalis non eſt.

*Aph.* 44. Sinus porrò alius rectus, alius verſus appellatur.

*Aph.* 45. *Sinus Rectus*, ſeu *primus* vocatur Linea recta, circulo inſcripta, ab uno arcus termino, in Diametrum, per alterum arcus terminum ductam, perpendicularis, & ſi arcui dato (*exempli gratia b f*) reſpondeat, vocatur *Sinus Rectus arcus dati*, (*ut hoc loco recta f l.*) ſi arcui complementi, (*f c*) *Sinus Rectus complementi* (*f i*) dicitur.

*Aph.* 46. *Sinus Verſus*, item *Secundus* vocatur Linea recta, circulo inſcripta, ab uno arcus termino, in Sinum Rectum perpendicularis. Seu eſt pars Diametri, per alterum arcus terminum, usq; ad concurſum cum Sinu recto, ductæ. Hanc Veteres *Sagittam* vocarunt, uti partem circuli *arcum* & ejus Subtenſam *chordam*. Et iterum vel arcui dato (*b f*)

(*bf*) reſpondet, (ut *bl*) & vocatur *Sinus verſus arcus dati*, vel arcus complementi (*fi*) relativa eſt, (ut *ci*) & vocatur *Sinus verſus arcus complementi.*

*Aph.* 47. Sinus rectus qvilibet, exceptô totô, relativô qvadrantis, Semidiametrô minor eſt, & arcus qvadrante minor eundem habet Sinum cum arcu complementi ad Semicirculum.

*Aph.* 48. Sinus verſus Semidiametrô vel æqvalis, vel minor, vel major eſt, Æqvalis, ſi arcus datus ſit qvadrans, Minor, ſi arcus datus ſit qvadrante minor, Major deniqve ſi arcus datus ſit qvadrante major.

*Aphor.* 49. De Sinu Recto porrò habendum illud eſt, Dimidiam Subtenſam eſſe Sinum Rectum dimidii arcus, & duplum Sinum eſſe ſubtenſam arcus dupli. Inventis igitur per præcedentem doctrinam Subtenſis, innoteſcunt qvoqve Sinus.

*Aph.* 50. Datô Sinu Rectô arcus, qvadrante minoris, *Sinus complementi* inveniri facili negotiô poterit; Nam Semi-

dia-

diameter circuli, ſeu radius ($a\ f$) poteſt Sinum Rectum ($f\ l$) arcus dati ($b f$) & Sinum Rectum ($f\ i$ vel $l\ a$) complementi ejusdem arcus ad qvadrantem ($f\ c$). Qvadratum igitur Sinus Recti cogniti, ſubtrahatur â Qvadrato radii & ê reſiduo extracta radix qvadrata manifeſtat qvæſitum.

*Aph.* 51. Dati arcus qvadrante minoris ($b\ f$,) Sinus verſus ($b\ l$) invenitur, ſubtractô Sinu Rectô Complementi ($f\ i$ vel $l\ a$) â Sinu toto ($a\ b$).

*Aph.* 52. Dati arcus qvadrante majoris ($f c d$.) Sinus verſus ($l a d$) invenitur, additô Sinu rectô exceſſus dati arcus, ($f i$) ad Sinum Totum ($a\ d$).

*Aph.* 53. Datô Sinu Rectô arcus, cum Sinu Complementi *Sinus arcus dupli* hâc ratione invenitur: Sit in propoſito Schemate litera D notato, arcus datus C B 25°. cujus Sinus erit C E. Sinus autem complementi C F, arcus duplus ſit D B, 50°. ejusdem ſinus D I. ductô radiò A C, atqve in radio ad intervallum lineæ A E complemento F C æqvali, nota-

notatô punctô G & demiſsâ exinde perpendiculari G H, erit eadem ſemisſis Sinus recti qvæſiti. Qvare fiat, ob proportionem figurarum ſimilium *per* 4. *VI.* ut ſe habet A C radius, ad C E ſinum rectum arcus dati, ita ſe habet A G ſinus complementi arcus dati, ad G H ſemiſſem ſinus recti arcus dupli. Multiplicatione & diviſione peractis innoteſcit primò ſemisſis, poſt ipſe S. R. qvæſitus.

*Aph.* 54. Ex adverſo, datô Sinu Rectô (D I) arcus (D C B) cum Sinu verſo ejusdem arcus (I B) Sinus Rectus (C E) dimidii arcus (C B) invenitur, ſi Hypotenuſa (D B) è datis lateribus (D I. & I B) *per* 47. *I.* inveſtigetur. Semisſis enim ejusdem erit Sinus Rectus dimidii arcus.

*Aph.* 55. Additis Sinibus duorum arcuum, Sextantem conficientium, ſumma erit Sinus arcus compoſiti, ê 60°. & minore arcuum datorum.

*Aphor.* 56. Datis Sinibus duorum arcuum inæqvalium & eorundem comple-

plementorum, Sinus ſemisſis differentiæ illorum arcuum invenitur, hôc modô: Sit (*in Schemate L*) Arcus B D 30°. ejusdemq; Sinus D F, & Sinus complementi D I K. Sit item arcus B D E 55°. ejusdemq; Sinus E I G & Sinus complementi E H. Erit arcus D E 25°. cujus Subtenſa, recta D E, dimidiata determinat Sinum Rectum arcus dimidii 12°. 30. Invenitur autem Subtenſa eadem in Triangulo D I E, ſubtractô ſinû complementi arcus poſterioris (E H) a Sinu complementi arcus prioris (D K) ut remaneat D I, ſubtractô item Sinu Rectô arcus prioris (D F) â Sinu Recto arcus poſterioris (E G) ut relinqvatur recta (E I.) Unde per 47. *I.* innoteſcet Hypotenuſa (D E) ejusdemq; Semisſis Sinus Rectus 12°. 30.

*Aph.* 57. Deniqve differentia Sinuum duorum arcuum qvadrantis, qvorum alter tanto minor ſit arcu 60°, qvanto alter major eſt, æqvalis eſt Sinui arcus, qvô alteruter dictorum arcuum ab arcu graduum 60. differt.

*Aph.*

*Aph*.58. Obſervabis, in Sinuum calculo differentias Sinuum Rectorum, ſenſim decreſcere, â principio qvadrantis, uſqve ad ejus finem. Nam Sinus Recti majorum arcuum habent minores differentias, qvam Sinus recti arcuum minorum.

*Aph*.59. De Lineis rectis curvarum vicariis & circulo inſcriptis, dictum eſt hactenus, de adſcriptis agendum porrò erit. Vocantur autem adſcriptæ communiter TANGENTES, qvæ non indefinitè hoc loco dicuntur, uti *Euclides* easdem definit: Recta circulum tangere dicitur, qvæ cum circulum tangit, ſi producatur, circulum non ſecat *def.* 2. *III.* Sed definitè, ſeu uti determinatam qvantitatem habent, undé plenius definiri poteſt TANGENS, ſeu *Pro-Sinus*, qvod ſit *Linea recta, circulo adſcripta, in Diametrum, per unum arcus terminum ductam, perpendicularis & cum continuato radio, per alterum arcus terminum ducto, concurrens*; Qvæ ſi arcui dato reſpondeat, vocabitur *Tangens arcus dati*, ſi arcui

cui

cui complementi, vocabitur *Tangens arcus complementi.*

*Aph.* 60. Datô Sinu Rectô arcus dati cum Sinu complementi ejusdem arcûs, Tangens arcus dati inveniri poterit, ſi fiat, ut ſe habet Sinus Complementi, (*in Schemate C linea a l.*) ad Sinum Rectum arcus dati (*f l.*) ita ſe habet Sinus Totus (*a b.*) ad Tangentem ejusdem arcus (*b b*) qvæſitam.

*Aph.* 61. Eſt igitur Tangens arcus dati qvarta proportionalis linea ad Sinum Complementi arcus, Sinum rectum arcus dati, & Sinum Totum. Unde productô Sinus arcus dati & Sinus Totius, per Sinum complementi divisô, innoteſcet Tangens qvæſita: Nam ſi qvatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, qvod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æqvale eſt ei, qvod ſub mediis comprehenditur rectangulo. 16. *VI.*

*Aph.* 62. Radium ſ. Sinum Totum, inter Tangentem arcus dati & Tangentem arcus complementi, eſſe mediam proportionalem, liqvet ex eodem Sche-

Schemate: Qvia enim linea *b b* & lineæ *c a*, itemq; linea *b a* & linea *k c* parallelæ ſunt, ideò triangula *a b b* & *a k c* erunt ſimilia, ut dicere poſſim: Ut ſe habet *b b*, ad *b a*, ita ſe habet *b a* vel *a c* (Sinus Totus) ad *k c*.

*Aph.63.* Atq; ex hoc ipſo apparet, datis Tangentibus ad Semiqvadrantem, reliqvas omnes, qvadratô radii per illas diviſô, inveſtigari poſſe. Nam ſi tres rectæ lineæ ſint proportionales, qvod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æqvale eſt ei, qvod â media deſcribitur, qvadrato *17.VI.*

*Aph.64.* SECANS deniq; ſ. transſinuoſa, item transſcripta, eſt Linea recta, ê centro, per unum arcus terminum, usq; ad concurſum cum Tangente, ad alterum arcus terminum, ducta, qvæ ſi arcui dato reſpondeat, *Secans arcus dati*, ſin arcui complementi, *Secans arcus complementi* vocatur.

*Aph.65.* Datô Sinû Rectô arcus dati, cum Sinu complementi ejusdem arcus, Secans arcus dati inveniri poterit, ſi

fiat: Ut ſe habet Sinus Complementi (in Schemate C. linea *al*) ad Sinum Totum (*af*) ita ſe habet Sinus Totus (*ab*) ad Secantem (ah) qvæſitam.

*Aph.66* Eſt igitur Sinus Totus media proportionalis, inter Sinum Rectum Complementi arcus dati & inter Secantem arcus ejusdem, unde diviſô qvadratô Sinus totius, per Sinum rectum Complementi arcus dati, innoteſcit Secans arcus dati qvæſita, per 17.VI.

*Aph. 67.* Obſervabis: Datis tantùm Tangentibus ſemiqvadrantis, omnium reliqvarum Tangentium & Secantium Tabulam ſolâ additione conſtrui poſſe; Nam Tangens arcus dati, addita ad Tangentem ſemisſis complementi, loco ſummæ; dat Secantem ejusdem arcus dati. Et ſi ad Secantem arcus dati addas Tangentem ejusdem arcus habebis Tangentem arcus, ex arcu dato & ſemiſſe complementi ejusdem arcus, compoſiti.

*Aph.68.* Oſtenſo fundamento Canonis

nis Trigonometrici, uſus ejusdem explicandus reſtat. Qvoniam autem ad gradus & ſcrupula prima Canon plerumq; extenditur, pro iisdem excerpere lineas inſcriptas vel adſcriptas facile eſt. Qvod ſi autem arcui adhæreant minuta ſecunda, ad qvæ Canon extenſus præſto non ſit uti *Rhetici*, & aliorum qvorundam majores eſſe ſolent, *Pars proportionalis* inveſtigatur hoc modo. Ut ſe habet differentia arcuum, in Canone inventorum, ad differentiam Sinuum, Tangentium, vel Secantium, ita ſe habet pars ſcrupulorum ſecundorum adhærentium, ad differentiam, Sinui proximè minoris arcus, vel Tangenti, vel Secanti addendam, ut innoteſcat Sinus, Tangens, vel Secans, arcui dato qvàm proximè reſpondens. Notabis autem Sinum &c. complementi in qvàm plurimis exemplaribus & Tabulis noſtris, reſpondere Sinui arcus dati in margine altera.

*Aph. 69* Ex adverſo datis Sinibus, Tangentibus, vel Secantibus, reſpon-

dentes arcus, vel arcuum complementa, è tabulis conſtructis, excerpuntur hôc modô: Inventis præcisè numeris, in area Canonis Trigonometrici, arcus ſine omni difficultate innoteſcit, ſin ſecus, excerpantur ex area numeri Trigonometrici, major & minor cum reſpondentibus arcubus, atqve datus, cum proximè minori, conferatur; Deniqve numeri in Regula Detri ita diſponantur; ut primô loco differentia numerorum Trigometricorum, ſecundô differentia arcuum, in minutis ſecundis, tertiô differentia inter datum & proximè minorem collocentur. Qvartus, qvi ex operatione emergit, minuta ſecunda dabit, ad arcum, proximè minori numero reſpondentem, addendum.

*Aph. 70.* Cœterùm cum per Sinuum, Tangentium & Secantium uſum, Triangulum ſolvere, difficultate non careat, ob multiplicationis & diviſionis tædidium, præſtat in locum numerorum vulgarium, LOGARITHMOS, ſ. numeros artificiales, ſubſtituere; Atq; inventum

tum hoc ingenioſisſimum debemus *Joanni Neppero Baroni Merchiſtonii Scoto*, qvi primùm anno 1614. Edinburgi, tabulam Logarithmicam edidit, cui poſtea anno 1620. inſtructionem, de conſtructione Canonis Logarithmici, addidit, â qvo tempore, in excolenda doctrina hac, Mathematici occupati fuerunt, imprimis *Henricus Briggius Profeſſor Oxonienſis*, qvi è mente Nepperi alios Logarithmos edidit, *Joh. Keplerus*, *Petrus Crugerus*, *Benjamin Urſinus*, *&c.* Definiuntur autem Logarithmi ab ipſo Nepero l. 1. c. 1. *Logarithmus cujusq; Sinus, eſt numerus*, *qvam proximè definiens lineam, qva aqvaliter crevit, intereà, dum Sinus totius linea proportionaliter in Sinum illum decrevit, exiſtente utroq; motu ſynchrono, atq; initio aqviveloce.* Keplerus in Chiliade Logarithmum definit hôc modô: *Logarithmus eſt numerus, indicans proportionem, qvam habet ad 1000. numerus ille, cui Logarithmus apponitur.* A Briggio deniq; definiuntur, qvod ſint *numeri, qvi proportionalibus adjuncti,*

*æquales ſervant differentias* ; ideoq; non incommodè dici poſſunt NUMERORUM PROPORTIONALIUM COMITES ÆQVIDIFFERENTES, *qvorum ope, datis tribus numeris qvibuscunq;, invenitur facillimè qvartus proportionalis, per ſolam additionem & ſubductionem.*

*Aph.* 71 Cum iisdem numeris plures Logarithmorum ſpecies apponi poſſint, placuit Inventori, decreſcentes, pro acremento Lineæ, ſeu numeri, lineæ qvantitatem exprimentis, Logarithmos apponere, & accreſcentes, pro decremento Lineæ, ſeu numeri, lineæ qvantitatem exprimentis, unde factum eſt, qvod Logarithmos alios *abundantes* dixerit, alios *deficientes*.

*Aph.* 72. *Logarithmi abundantes* dicuntur Neppero, numeri artificiales, vicarii Linearum, qvæ ſinu Totô ſunt minores & eorum ſignum eſt hoc +.

*Aph.* 73. *Logarithmi deficientes* dicuntur Neppero, numeri artificiales, vicarii Linearum qvæ Sinû Totô ſunt majores, & eorum ſignum eſt hoc —. Nihil ergò

impe-

impedit, qvo minus Logarithmos, minores nihilo, adhibere liceat, tummodo hi numerorum proportionalium comites æqvidifferentes ſint.

*Aph.74.* Cæterùm cum animadverteret *Nepperus*, Logarithmorum hujus ordinis uſum, cum difficultate qvadam conjunctum eſſe, de nova Logarithmorum diſpoſitione cogitavit, qvam ex mente Nepperi *Henricus Briggbius* poſteà expoſuit. Scilicet pro Logarithmo unitatis aſſumitur cyphra, pro Logarithmo autem Denarii Unitas, cum aliqvot cyphris, qvi duo Logarithmi fundamentales qvaſi ſunt, cum ex iisdem reliqvi deducantur. Et qvemadmodum primi hi pro arbitrio, non ex neceſſitate aliqva aſſumuntur, ita conſtitutis hiſce in reliqviš Logarithmis non eſt integrum qvicqvam agere pro arbitrio, ſed omnes primis ita aptandi ſunt, ut ſummô conſensû à principio ad finem usq; iisdem legibus obtemperent.

*Aph.75.* Proximi primis Logarithmi ſunt, qvi in decupla ratione continua-

plementorum, Sinus ſemisſis differentiæ illorum arcuum invenitur, hôc modô: Sit (*in Schemate L*) Arcus B D 30°. ejusdemq; Sinus D F, & Sinus complementi D I K. Sit item arcus B D E 55°. ejusdemq; Sinus E I G & Sinus complementi E H. Erit arcus D E 25°. cujus Subtenſa, recta D E, dimidiata determinat Sinum Rectum arcus dimidii 12°. 30. Invenitur autem Subtenſa eadem in Triangulo D I E, ſubtractô ſinû complementi arcus poſterioris (E H) a Sinu complementi arcus prioris (D K) ut remaneat D I, ſubtractô item Sinu Rectô arcus prioris (D F) â Sinu Recto arcus poſterioris (E G) ut relinqvatur recta (E I.) Unde per 47. *I.* innoteſcet Hypotenuſa (D E) ejusdemq; Semisſis Sinus Rectus 12°. 30.

*Aph.* 57. Deniqve differentia Sinuum duorum arcuum qvadrantis, qvorum alter tanto minor ſit arcu 60°, qvanto alter major eſt, æqvalis eſt Sinui arcus, qvô alteruter dictorum arcuum ab arcu graduum 60. differt.

*Aph.*

*Aph.*58. Obſervabis, in Sinuum calculo differentias Sinuum Rectorum, ſenſim decreſcere, â principio qvadrantis, uſqve ad ejus finem. Nam Sinus Recti majorum arcuum habent minores differentias, qvam Sinus recti arcuum minorum.

*Aph.*59. De Lineis rectis curvarum vicariis & circulo inſcriptis, dictum eſt hactenus, de adſcriptis agendum porrò erit. Vocantur autem adſcriptæ communiter TANGENTES, qvæ non indefinitè hoc loco dicuntur, uti *Euclides* easdem definit: Recta circulum tangere dicitur, qvæ cum circulum tangit, ſi producatur, circulum non ſecat *def.* 2. *III.* Sed definitè, ſeu uti determinatam qvantitatem habent, undè plenius definiri poteſt TANGENS, ſeu *Pro-Sinus*, qvod ſit *Linea recta, circulo adſcripta, in Diametrum, per unum arcus terminum ductam, perpendicularis & cum continuato radio, per alterum arcus terminum ducto, concurrens;* Qvæ ſi arcui dato reſpondeat, vocabitur *Tangens arcus dati*, ſi arcui

cui complementi, vocabitur *Tangens arcus complementi.*

*Aph.* 60. Datô Sinu Rectô arcus dati cum Sinu complementi ejusdem arcûs, Tangens arcus dati inveniri poterit, ſi fiat, ut ſe habet Sinus Complementi, (*in Schemate C linea a l.*) ad Sinum Rectum arcus dati (*f l.*) ita ſe habet Sinus Totus (*a b.*) ad Tangentem ejusdem arcus (*b b*) qvæſitam.

*Aph.* 61. Eſt igitur Tangens arcus dati qvarta proportionalis linea ad Sinum Complementi arcus, Sinum rectum arcus dati, & Sinum Totum. Unde productô Sinus arcus dati & Sinus Totius, per Sinum complementi divisô, innoteſcet Tangens qvæſita: Nam ſi qvatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, qvod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æqvale eſt ei, qvod ſub mediis comprehenditur rectangulo. 16. *VI.*

*Aph.* 62. Radium ſ. Sinum Totum, inter Tangentem arcus dati & Tangentem arcus complementi, eſſe mediam proportionalem, liqvet ex eodem Sche-

Schemate: Qvia enim linea *b b* & lineæ *c a*, itemq; linea *b a* & linea *k c* parallelæ ſunt, ideò triangula *a b b* & *a k c* erunt ſimilia, ut dicere poſſim: Ut ſe habet *b b*, ad *b a*, ita ſe habet *b a* vel *a c* (Sinus Totus) ad *k c*.

*Apb.63.* Atq; ex hoc ipſo apparet, datis Tangentibus ad Semiqvadrantem, reliqvas omnes, qvadratô radii per illas diviſô, inveſtigari poſſe. Nam ſi tres rectæ lineæ ſint proportionales, qvod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æqvale eſt ei, qvod â media deſcribitur, qvadrato *17.VI.*

*Apb.64.* SECANS deniq; ſ. transſinuoſa, item transſcripta, eſt Linea recta, ê centro, per unum arcus terminum, usq; ad concurſum cum Tangente, ad alterum arcus terminum, ducta, qvæ ſi arcui dato reſpondeat, *Secans arcus dati*, ſin arcui complementi, *Secans arcus complementi* vocatur.

*Apb.65.* Datô Sinû Rectô arcus dati, cum Sinu complementi ejusdem arcus, Secans arcus dati inveniri poterit, ſi

fiat: Ut ſe habet Sinus Complementi (in Schemate C. linea *a l*) ad Sinum Totum (*a f*) ita ſe habet Sinus Totus (*a b*) ad Secantem (a h) qvæſitam.

*Aph.66* Eſt igitur Sinus Totus media proportionalis, inter Sinum Rectum Complementi arcus dati & inter Secantem arcus ejusdem, unde diviſô qvadratô Sinus totius, per Sinum rectum Complementi arcus dati, innoteſcit Secans arcus dati qvæſita, per *17.VI.*

*Aph. 67.* Obſervabis: Datis tantùm Tangentibus ſemiqvadrantis, omnium reliqvarum Tangentium & Secantium Tabulam ſolâ additione conſtrui poſſe; Nam Tangens arcus dati, addita ad Tangentem ſemiſſis complementi, loco ſummæ; dat Secantem ejusdem arcus dati. Et ſi ad Secantem arcus dati addas Tangentem ejusdem arcus habebis Tangentem arcus, ex arcu dato & ſemiſſe complementi ejusdem arcus, compoſiti.

*Aph.68.* Oſtenſo fundamento Canonis,

nis Trigonometrici, uſus ejusdem explicandus reſtat. Qvoniam autem ad gradus & ſcrupula prima Canon plerumq; extenditur, pro iisdem excerpere lineas inſcriptas vel adſcriptas facile eſt. Qvod ſi autem arcui adhæreant minuta ſecunda, ad qvæ Canon extenſus præſto non ſit uti *Rhetici*, & aliorum qvorundam majores eſſe ſolent, *Pars proportionalis* inveſtigatur hoc modo. Ut ſe habet differentia arcuum, in Canone inventorum, ad differentiam Sinuum, Tangentium, vel Secantium, ita ſe habet pars ſcrupulorum ſecundorum adhærentium, ad differentiam, Sinui proximè minoris arcus, vel Tangenti, vel Secanti addendam, ut innoteſcat Sinus, Tangens, vel Secans, arcui dato qvàm proximè reſpondens. Notabis autem Sinum &c. complementi in qvam plurimis exemplaribus & Tabulis noſtris, reſpondere Sinui arcus dati in margine altera.

*Aph. 69* Ex adverſo datis Sinibus, Tangentibus, vel Secantibus, reſpon-

dentes arcus, vel arcuum complementa, è tabulis conſtructis, excerpuntur hôc modô: Inventis præcisè numeris, in area Canonis Trigonometrici, arcus ſine omni difficultate innoteſcit, ſin ſecus, excerpantur ex area numeri Trigonometrici, major & minor cum reſpondentibus arcubus, atqve datus, cum proximè minori, conferatur; Deniqve numeri in Regula Detri ita diſponantur; ut primô loco differentia numerorum Trigometricorum, ſecundô differentia arcuum, in minutis ſecundis, tertiô differentia inter datum & proximè minorem collocentur. Qvartus, qvi ex operatione emergit, minuta ſecunda dabit, ad arcum, proximè minori numero reſpondentem, addendum.

*Aph. 70.* Cœterùm cum per Sinuum, Tangentium & Secantium uſum, Triangulum ſolvere, difficultate non careat, ob multiplicationis & diviſionis tædidium, præſtat in locum numerorum vulgarium, LOGARITHMOS, ſ. numeros artificiales, ſubſtituere; Atq; inventum

tum hoc ingenioſiſſimum debemus *Joanni Neppero Baroni Merchiſtonii Scoto*, qvi primùm anno 1614. Edinburgi, tabulam Logarithmicam edidit, cui poſtea anno 1620. inſtructionem, de conſtructione Canonis Logarithmici, addidit, â qvo tempore, in excolenda doctrina hac, Mathematici occupati fuerunt, imprimis *Henricus Briggius Profeſſor Oxonienſis*, qvi è mente Nepperi alios Logarithmos edidit, *Joh. Keplerus*, *Petrus Crugerus*, *Benjamin Urſinus*, *&c.* Definiuntur autem Logarithmi ab ipſo Nepero l. 1. c. 1. *Logarithmus cujusq; Sinus, eſt numerus*, *qvam proximè definiens lineam, qva æqvaliter crevit, intereà, dum Sinus totius linea proportionaliter in Sinum illum decrevit, exiſtente utroq; motu ſynchrono, atq; initio æqvivelore.* Keplerus in Chiliade Logarithmum definit hôc modô: *Logarithmus eſt numerus, indicans proportionem, qvam habet ad 1000. numerus ille, cui Logarithmus apponitur.* A Briggio deniq; definiuntur, qvod ſint *numeri, qvi proportionalibus adjuncti,*

 *æqva-*

*æqvales ſervant differentias* ; ideoq; non incommodè dici poſſunt NUMERORUM PROPORTIONALIUM COMITES ÆQVIDIFFERENTES, *qvorum ope, datis tribus numeris qvibuscunq;* , *invenitur facillimè qvartus proportionalis ,per ſolam additionem & ſubductionem.*

*Aph.71* Cum iisdem numeris plures Logarithmorum ſpecies apponi poſſint, placuit Inventori, decreſcentes, pro acremento Lineæ, ſeu numeri, lineæ qvantitatem exprimentis, Logarithmos apponere, & accreſcentes, pro decremento Lineæ, ſeu numeri, lineæ qvantitatem exprimentis, unde factum eſt, qvod Logarithmos alios *abundantes* dixerit, alios *deficientes.*

*Aph. 72. Logarithmi abundantes* dicuntur Neppero, numeri artificiales, vicarii Linearum, qvæ ſinu Totô ſunt minores & eorum ſignum eſt hoc +.

*Aph. 73. Logarithmi deficientes* dicuntur Neppero, numeri artificiales, vicarii Linearum, qvæ Sinû Totô ſunt majores, & eorum ſignum eſt hoc —. Nihil ergò impe-

impedit, qvo minus Logarithmos, minores nihilo, adhibere liceat, tummodo hi numerorum proportionalium comites æqvidifferentes ſint.

*Aph.74.* Cæterùm cum animadverteret *Nepperus*, Logarithmorum hujus ordinis uſum, cum difficultate q adam conjunctum eſſe, de nova Logarithmorum diſpoſitione cogitavit, qvam ex mente Nepperi *Henricus Briggbius* poſteà expoſuit. Scilicet pro Logarithmo unitatis aſſumitur cyphra, pro Logarithmo autem Denarii Unitas, cum aliqvot cyphris, qvi duo Logarithmi fundamentales qvaſi ſunt, cum ex iisdem reliqvi deducantur. Et qvemadmodum primi hi pro arbitrio, non ex neceſſitate aliqva aſſumuntur, ita conſtitutis hiſce in reliqvis Logarithmis non eſt integrum qvicqvam agere pro arbitrio, ſed omnes primis ita aptandi ſunt, ut ſummò conſensû à principio ad finem usq;, iisdem legibus obtemperent.

*Aph.75.* Proximi primis Logarithmi ſunt, qvi in decupla ratione continua-

tis numeris apponuntur, centenario ſcilicet, millenario &c. qvi novas ſemper characteriſticas aſſumunt: Characteriſtica enim Logarithmorum, qvi numeris Monadicis reſpondent, eſt o. characteriſtica â denario, ad 100. eſt (1.) â centenario ad millenarium (2.) â millenario, ad decies mille (3.) &c.

*Aph 76.* Deductionis unius Lorarithmi ex altero, regulæ potisſimæ ſunt ſeqventes: Similiter proportionatorum numerorum Logarithmi ſunt æqvidifferentes, qvod ê definitione Logarithmi patet. Unde datâ differentiâ duorum proportionatorum, dabitur differentia omnium ſimiliter proportionatorum, *ut, qvæ eſt differentia Logarithmorum 1. & 2. eadem differentia eſt 5. & 10. item 20. & 40. &c.*

*Aph.77.* In continuè proportionalibus, datis duorum numerorum Logarithmis, tertiuſ Logarithmus invenitur, ſi fiat: Ut ſe habet intervallum numerorum, ad differentiam Logarithmorum eorundem numerorum, ita ſe habet interval-

tervallum tertii , cujus Logarithmus qværitur,&alterutrius datorum,ad differentiam Logarithmi ejusdem numeri dati, â Logarithmo qvæſito. Unde eâdem differentiâ Logarithmo numeri dati convenienter collatâ , innoteſcit Logarithmus numeri propoſiti qvæſitus. *Ita ê datis Logarithmis qvaternarii & ſenarii,cognoſco Logarithmum novenarii,additâ differentiâ Logarithmorum datorum ad Logarithmum ſenarii, &c.*

*Aph.78.* Si tres numeri Geometricè proportionales fuerint , qvemadmodum qvadratum medii , æqvatur producto extremorum , ita duplum Logarithmi , medio numero reſpondentis, æqvatur aggregato Logarithmorum , extremis numeris reſpondentium. *Ita ê Logarithmis numerorum 1. & 10. cognoſco Logarithmum 100. &c.*

*Aph.79.* Si qvatuor numeri Geometricè proportionales fuerint, qvemadmodum qvi ex primo & qvarto fit numerus æqvalis erit ei, qvi ex ſecundo & tertio fit numero ; ita & Logarithmo-

rum primi & qvarti ſumma, æqvalis erit ſummæ Logarithmorũ ſecundi & tertii; Atq; ideò, ſi â ſumma qvacunq, duorum Logarithmorum, ſubtrahatur alteruter Logarithmus, innoteſcet Logarithmus qvæſitus. *Ita è cognitu Logarithmis reſpondentibus 1.2.10. cognoſco Logarithmum qvinarii, ſubtractô Logarithmô binarii â ſumma Logarithmorum 1. & 10. &c.*

*Aph.80.* Summa Logarithmorum multiplicandi & multiplicantis exhibet Logarithmum producti.

*Aph. 81.* Logarithmus diviſoris, ſubtractus â Logarithmo dividendi, relinqvit Logarithmum Qvotientis.

*Aph. 82.* Logarithmus numeri alicujus duplicatus, eſt Logarithmus Qvadrati ejusdem numeri & Logarithmus numeri alicujus triplicatus, eſt Logarithmus Cubi ejusdem numeri.

*Aph. 83.* Semiſsis Logarithmi numeri alicujus, eſt Logarithmus Lateris qvadrati ejusdem numeri, & triens Logarithmi numeri alicujus, eſt Logarithmus Lateris Cubici ejusdem numeri.

*Aph.*

*Aph.84.* Obſervatis his ipſis Aphoriſmis,uti Logarithmos ê Logarithmis deducere perqvam facilè erit, ita qvorundam tantùm monadicorum,binarii imprimis,Logarithmi,difficili & tædioſô calculô invenire docent Nepperus & Brigghius, per infinitam ſcilicet, vel multiplicationem, vel mediorum proportionalium inventionem; Qva de re præſtat ipſosmet Autores citatos conferre.

*Aph.85.* Qvâ ratione Logarithmi numerorum majorum,qvam qvi in Tabulis exhiberi ſolent, & vice versâ, inveniantur,ex iis,qvæ Tabulis noſtris Mathematicis præmiſſa ſunt, cognoſci & hoc loco repeti debent.

*Aph.86.* Sinuum igitur, nec non Tangentium, & Secantium Logarithmi, ê tabula numerorum vulgarium excerpi debent, qvippe cum Sinus &c. exprimentes numeri,nulli alii, qvam vulgares ſint,uti ex anteà dictis patet.

*Aph.87.* In Canone Logarithmorum, Sinibus reſpondentium, compendium

qvoddam obſervabis; Nam cognitis Logarithmis Sinuum, â 45°. usq; ad finem qvadrantis, & inſuper Logarithmo Sinus 30°, reliqvorum Sinuum Logarithmi per additionem & ſubtractionem inveſtigari poſſunt, ſecundum regulam ſeqventem: Duorum arcuum qvadrantem conficientium, ſi Logarithmus ſinus minoris duplicati addatur Logarithmo Sinus 30°, & â ſumma ſubtrahatur Logarithmus ſinus majoris, reliqvus erit Logarithmus ſinus minoris.

*Aph 88.* Logarithmos Tangentium, ab initio Qvadrantis, usq; ad Semiſſem ejus, ê Tabula Logarithmorum, Sinibus reſpondentium, inveſtigabis, ſi ſubtraxeris Logarithmum Sinus Complementi, â Logarithmo Sinus arcus dati, Logarithmô radii prius auctô, reſiduum enim erit Logarithmus Tangentis ejusdem arcus.

*Aph. 89.* Inventis Logarithmis Tangentium in Semi Qvadrante, Logarithmi Tangentium complementi inveniuntur.

untur. Subtractô Logarithmô Tangentis arcus 45°, minoris, â duplato Logarithmo radii: Reſiduum enim exhibebit Logarithmum Tangentis complementi.

*Aph.90.* Subtractô Logarithmô Sinus â duplato Logarithmo radii, differentia exhibebit Logarithmum ſecantis complementi. Qvod autem Logarithmi ſecantium in Tabulis noſtris omiſſi ſint, rationes duæ ſunt, (1.) ne Canon per ſe ſatis magnus, in nimium volumen excreſceret. (2.) qvod ſine illis, omnium Caſuum reſolutiones, æqvè commodè abſolvi posſint.

*Aph. 91.* Hactenus de conſtructione Canonis Logarithmici dictum eſt, è qvo Logarithmos qvosvis excerpere poteris, obſervatis iis, qvæ in Aph. 68. de inventione partis proportionalis dicta ſunt.

*Aph. 92.* Ut de fundamento ſolutionis Triangulorum cujus præcepta, cuivis caſui reſpondentia, Tabulis noſtris præmiſſa ſunt, plenius conſtet obſerva-

bis ſeqventia Theoremata : (1.) In Triangulo plano rectangulo, ſi latus, angulum rectum ſubtendens, fiat radius, erunt crura ſinus angulorum oppoſitorum; ſunt enim ſemisſes ſubtenſarum.

*Aph. 93.* (2.) In Triangulo plano rectangulo, ſi alterutrum crus fiat radius, alterum erit oppoſiti anguli Tangens, Hypotenuſa autem erit Secans, id qvod è Schemate ſatis liqvet.

*Aph. 94.* (3.) In qvolibet Triangulo latera ſe habent ad invicem ut Sinus angulorum oppoſitorum. Qvod THEOREMA COMMUNE, ob amplisſimum uſum, qvem præſtat, vulgò dici conſvevit. Ejusdem autem ratio in triangulis planis rectangulis patet, ſiunt enim latera per præcedentem doctrinam Sinus angulorum oppoſitorum; in Triangulis autem obliqvangulis habent ſe latera, ut chordæ ſ. ſubtenſæ, qvarum ſemisſes ſunt S R. oppoſitorum angulorum. Nec in Triangulo Sphærico difficilior demonſtratio eſt, ſi modo latera ad qvadrantem protrahantur.

*Aph.*

*Apb.95.* In Trianguli Sphærici ſolutione, fundamenti loco, notabis ſeqventia: Circulus maximus Sphæræ diſtat à polo ſuo per qvadrantem.

*Apb.96.* Si centrum circuli deſcribendi cadat in circulum prius ductum, in concurſu deſcribendi & deſcripti fiet angulus rectus ſive circulorum, qvi ſe mutuo ad angulos rectos ſecant, unus tranſit per alterius polos. Item: circuli maximi, qvi ſe ad angulos rectos ſecant, biſecant ſe mutuo: Sed non vice verſa, niſi ſe per polos qvoq; ſecent.

*Apb.97.* Trianguli Sphærici tria latera oportet minora eſſe circulo, ſ. duobus Semicirculis.

*Apb.98.* Anguli Sphærici menſura eſt arcus circuli maximi, ex ipſo angulo deſcripti, circino autem ad qvadrantem extenſo.

*Apb.99.* Si circuli, Triangulum Sphæricum conſtituentes, per polos invicem tranſeant, Trirectangulum erit triangulum & conſeqventer ſingula latera qvadrantes erunt circuli maximi: tale trian-

triangulum eſt, qvod fit ê concurſu Coluri, Meridiani & Æqvatoris.

*Aph. 100.* Si duo circuli Trianguli Sphærici per polos mutuò tranſeant, Birectangulum erit triangulum, & Latus tertium ſimul menſura erit anguli oppoſiti. Tale Triangulum eſt, qvod fit ê qvadrantibus circuli verticalis & Meridiani, atq; arcu Horizontis.

*Aphor. 101.* Triangulum Sphæricum rectangulum, κατ᾽ ἐξοχὴν ſic dictum, eſt, cujus vel unum latus, vel unus angulus æqvat qvadrantem circuli.

*Aphor. 102.* Si in hujusmodi triangulo Sphærico reliqvi anguli ſunt acuti, latera ſingula ſunt qvandrantibꝰ minora, ſi ambo obtuſi, duo latera ſunt qvadrantibus majora, tertium minus; deniqve ſi alter angulorum ſit obtuſus, alter acutus, duo latera ſunt qvadrantibus minora, tertium majus.

*Aphor. 103.* Qvomodocunq; Triangulum Sphæricum ordinatum ſit, erunt perpetuò anguli ſimul ſumti duobus rectis

rectis majores , & ſex rectis minores.

*Aph.104.* Valet in Triangulis Sphæricis qvoq; : majus latus majorem angulum ſubtendit, minus minorem & vice verſa; item Triangula æqvilatera ſunt etiam æqviangula.

*Aph. 105.* In Triangulo Sphærico rectangulo uterlibet angulorum obliqvorum major eſt complemento alterius; minor autem differentiâ ejusdem complementi & ſemicirculi.

*Aph.106.* Trianguli Sphærici acutanguli Laterum qvodvis qvadrante minus eſt.

*Aph.107.* Si ad Triangulum Sphæricum obliqvangulum Theorema commune qvadret , atqve per idem illud qvartum ignotum inveſtigari qveat, reſolutione opus non eſt. Sin minus ab angulo ignoto, in triangulo obliqvangulo demittatur arcus perpendicularis, & latus reliqvum convenienter, usq; ad concurſum cum perpendiculo , continuetur.

*Aph.*

*Aph. 108.* Notabis verò (1.) perpendiculum ſemper angulo jam cognito, angulum vero rectum, qvem efficit, lateri jam cognito opponi debere (2.) arcum perpendicularem cadere intra triangulum, ſi uterq; angulorum reliqvorum ad baſin fuerit ejusdem ſpeciei, nempe vel acutus, vel obtuſus, extra verò, ſi unus acutus, alter obtuſus.

## Speciales Solutionis Triangulorum regulæ, è Doctrina, Tabulis noſtris præmiſſa, huc referri & Triangulorum ſolutiones, juxta easdem, inſtitui debent.

# APHORISMI GEODÆTICI.

*APH. 1.*

INter omnes Mathematicas artes, ratione uſus, Geodæſiam eminere, & res ipſa loqvitur & veteres pariter & recentiores agnoſcunt. Qvemadmodum enim is, qvi fundamentorum, qvæ Geometria comprehendit, ignarus, ſi, adhibitis inſtrumentis, circumforaneorum qvorundam more, dimetiri magnitudines conetur, Empiricorum inſtar, qvi Medicam exercere tentant, ſæpiſſime fallit, & fallitur, ita meris abſtractionibus hic indulgere, nil aliud eſſet, qvam fundamentum agere, nec ædes ullo tempore inædificare, vel navigium ſumtuosè conſtruere, ut in portu putredine id

cor-

corrumpatur, nec unqvam altum petat. Ex adverſo ſi benè jactis fundamentis uſus accedat, inter omnes artes Liberales, magnitudinū doctrina primas meretur, cum doceat anathema illud, â Deo denunciatum effugere; *Deut. XXVII, 17. Maledictus, qui movit terminum proximi ſui, & dicet totus populus Amen.* Unde & in *Cod. L. 9. de Maleficis & Mathematicis*, Diocletianus & Maxim. definiverunt: *Artem Geometriæ diſcere atq; exercere, publicè intereſt.*

*Aph.2.* Doctrinam hanc, qvæ dimenſionem & diviſionem magnitudinum patefacit, Geodæſiam vulgò vocant, (â γέα terra δαίω divido) Qvamvis enim veteres ſolam ſuperficies dividendi artem Geodæſiam dixerint, qvod ê *Pediaſmo de menſuratione*, liqvet, *Terra*, dicitur, *menſuratio in duas partes dividitur, Geometriam ſcilicet & Geodæſiam: Area namq; ſecundum artem menſuratio, & terræ menſuratio eſt, & meritò Geometria vocatur. Unius verò & ejuſdem areæ,*

*ſeu*

*ſeu loci diviſio inter diverſas perſonas, partitio qvædam eſt terræ & jure optimô Geodæſia appellatur*; Recentiores tamen ad latiorem ſignificationem vocabulum hoc tranſtulerunt, non diſſentientibus omnino etiam antiqvis Scriptoribus, cum & ipſa *Heronis Mechanici* Geodæſia non ſolum diviſiones, ſed etiam menſurationes doceat.

*Aph.3.* Definiri igitur *Geodæſia* poteſt, qvod ſit *ſcientia, linearum & ſuperficierum ſenſibilium dimenſionem docens.*

*Aph.4.* Dividitur in εὐθυμετρίαν, ſeu *rectimenſoriam*, & ἐπιπεδομετρίαν, ſeu *Planimenſoriam*. Στερεομετρία enim, ſeu *ſolidimenſoria*, qvam nonnulli tertiô locô nominant, vulgò ſeorſum tractari ſolet.

*Aph.5.* Prima in hoc negotio obſervanda *Jugeratio* eſt, qvam nonnulli appellant, ſeu menſurarum Geodæticarum ſeries & qvantitas, qvæ doctrina tanto difficilior eſt, qvanto minor tum in veterum menſuris recenſendis, tum in uſualibus noſtrorum temporum defini-

finiendis, conſenſus eſt, & optanda qvidem, vix ſperanda tamen, menſurarum æqvatio eſt, qvâ ipsâ incommoda, cum qvibus confligantur Geodætæ, multum minui poſſent. Nos in menſuris Veterum recenſendis Auctores finium regundorum ſeqvemur, & in noſtris regionibus uſitatas deſcribemus.

*Aph 6. Menſuram* Gromatici Scriptores generatim definiunt, qvicqvid pondere, capacitate, longitudine, altitudine, latitudine, animoq; finitur.

*Aphor. 7.* Minima omnium menſurarum, *Granum hordeaceum* eſt, qvô, ut principio menſuræ utuntur vulgò.

*Aph. 8. Digitus* eſt menſura, continens qvatuor grana hordeacea, contiguè in latitudinem diſpoſita.

*Aph 9. Palmus* eſt menſura, continens digitos qvatuor.

*Aph. 10. Sphithama* ſ. palmus major, palmos tres minores habet, ſeu 12. digitos.

*Aph. 11. Uncia* generatim dicebatur apud veteres duodecima alicujus compoſiti pars, Uncia enim ab uno dicitur, ait

ait *Varro L. 4. de Lingva Lat.* id eſt, pro una parte Aſsis ſ. duodecima habetur. Alii cum *Ariſtotele*, apud *Pollucem L. 9.* vocabulum hoc Siculum eſſe volunt. Et iterum alii unciam digitum & trientem habere annotant, in qvo ſenſu *Frontinus* unciæ termino uſus eſt.

*Aph. 12. Dodrans* ſ. *dodras* eſt novem unciarum menſura.

*Aph. 13. Pes* duodecim unciarum menſura communiter dicitur, & ita pro variatione unciæ & ipſe variat. Veterum tamen Romanorum pedem, Rhinlandico æqvalem fuiſſe, *Snellius* probare ſategit, qvem etiam minorem pede Græco fuiſſe, ita ut 625. pedes Romani, 600. pedes Græcos fecerint, conſtat.

*Aph. 14.* In noſtris regionibus ſemisſis ulnæ, qvâ Lipſiæ, & alibi, uti ſolent, *pes* appellari conſvevit (ein Werckſchuh) & dividitur in 12. particulas (Zolle) differt item uſitata hæc menſura noſtra â pede Rhenano, unicâ unciâ ferè, ita ut duodecim pedes Rhenani 13. pedes operariorum noſtrorum ferè æqvent.

*Aph.*

*Aph.15. Pollex* eſt menſura, decimam partem pedis continens.

*Aphor.16. Cubitus*, inſtar reliqvarum menſurarum ferè omnium, apud diverſos, diverſus fuit; Veteres communiter ſesqvipedem dixerunt, ſeu uncias 18. in noſtris regionibus pedum duorum menſura eſt, & communiter *Ulna* (eine Werckelle) vocatur.

*Aphor.17. Gradus*, vel *Greſſus* dicitur menſura pedum duorum cum ſemiſſe, ſeu 30. Unciarum.

*Aph.18. Paſſus* eſt greſſus duplicatus, ſeu menſura pedum qvinq;

*Aph.19. Orgyja* eſt menſura, continens cubitus qvatuor, ſeu pedes 6.

*Aph.20. Pertica Romana* eſt menſura decem pedum, unde & *Decempeda* dici ſolet, eandemq; à portando, qvaſi porticam, dictam volunt.

*Aph.21. Pertica uſualis* pro regionum varietate iterum variat. Rheni accolæ perticam uſurpant cujus longitudo eſt 12. pedum. Hîc Wittebergæ utimur perticâ, cujus Longitudo eſt 15. pedum, qvi-

qvibus operarii uti ſolent, ſeu $7\frac{1}{2}$. ulnarum Lipſienſium.

*Aph.22. Stadium* eſt menſura major, paſſuum 125. ſeu pedum 625. penes Romanos ſcriptores, penes Græcos verò eſt pedum 600.

*Aph. 23. Milliare Italicum* eſt menſura major, octo ſtadia, ſeu paſſus mille, ſive pedes 5000 comprehendens.

*Aph.24. Leuca* in nonnullis Regionibus eſt menſura, duo milliaria Italica complectens.

*Aph. 25. Milliare Germanicum* aliud *minus* dicitur, Italicorum milliarium 4. paſſuum 4000, aliud majus vocant, Italicorum milliarium 5. paſſuum 5000, item duarum horarum iter.

*Aph.26. Paraſange*, Perſicum milliare continuiſſe cenſetur triginta ſtadia: paſſus autem Perſicos 3000, qvibusdam etiam, teſte Strabone, 60 fuit ſtadiorum.

*Aph. 27. Schœnus* Latinè *funiculus*, Ægyptiorum menſura, continet 60 ſtadia: ſecundum Herodotum, juxta Plinium 40, juxta Ptolomæum 30.

*Aph.28. Sinæ* tres menſuras longitudinares obſervare dicuntur, *Li*, *Pu*, & *Ucban*, *Li* eſt intervallum, ex qvo hominis, altè clamantis, vox audiri poteſt, in planitie & aere qvieto, qvod cenſetur 300 paſſuum Geometricorum. *Pu* continet 10. Li, ita, ut viginti gradum conficiant Decem Pu faciunt *Ucban*, qvod unius diei iter ſtatuunt, nempe paſſuum 15000.

*Aph. 29. Semidiameter terræ* pro omnium maxima menſura haberi ſolet, & aſſumitur 860. milliarium Germanicorum.

*Aph 30.* Hactenus de menſuris longitudinaribus dictum eſt, ê qvibus ſuperficiales, ductâ latitudine in longitudinem, oriuntur, qvæ iterum vel *qvadratæ*, menſurâ qvavis in ſeipſam ductâ, vel *oblongæ*, multiplicatâ menſurâ per heterogeneam, dicuntur.

*Aph.31.* Ut ſpeciatim de menſuris ſuperficialibus qvædam annotemus. *Pes qvadratus* eſt menſura ſuperficialis, 144 uncias comprehendens, vel uti veteres

teres numerabant, 100, pollices, cujus decima pars vocatur *palmula S. ἱμάν-λιον.*

*Aph 32. Pertica quadrata* eſt menſura ſuperficialis, penes Romanos centum pedes qvadratos comprehendens.

*Aph.33. Verſum*, qvibus Varronis tempore, in Campania menſi ſunt, dixerunt centum pedes qvoqvoverſum qvadratum. *Varr.*

*Aph.34. Actus qvadratus*, qvi & latus eſt pedes 120 & longus totidem. *Varr.*

*Aph.35. Actus provincia Batica*, qvi & *Agna* & *Porca*, Longitudinem habuit 80 pedum, latitudinem 15 pedum.

*Aph.36. Porcamis* Longitudinem habuit 80 pedum, latitudinem 30.

*Aph. 37. Candetum* appellarunt Galli, in areis urbanis, ſpatium centum pedum, qvaſi centeatum, in agreſtibus autem pedum 150. qvadratorum juſtum candetum vocant.

*Aph.38. Clima* (Germanis qvibusdam ein Zwinger) eſt ſuperficies qvadrata, cujus unumqvodq; latus 60. pedes continet.

*Aph. 39. Jugum* vocant, ait *Varro de Re Ruſtica* L I C X. qvod juncti boves, unô die, exarare poſſunt, eâdemq; menſurâ in Hiſpania ulteriore qvondam uſi ſunt.

*Aph 40. Jugerum*, in agro Romano ac Latino notisſima menſura, duos actus qvadratos habet. *Varr.*

*Aph. 41.* Jugeri pars minima dicitur *Scrupulum*, id eſt, decem pedes in longitudinem & Latitudinem qvadratum. Aliàs & vigeſima qvarta unciæ pars ſcrupulum dicitur & ſi 12. unciæ, qvæ aſſem conficiunt, in ſcrupulorum unciæ numerum multiplicentur, producentur ſcrupula CCLXXXVIII. qvot Jugerum habere, idem *Varro* annotavit.

*Aph. 42. Centuriatus ager* in C C jugera deſcriptus dicebatur, qvia Romulus centenis civibus ducenta jugera tribuit, non qvod olim centum tantum jugera continuerit, uti qvidam opinantur. *Sext. Pomp.*

*Aph. 43. Saltum* ita deſcribit Varro 1. de Re Ruſt. c. 10. *Hæ porrò qvatuor*

*cen-*

*centuriæ conjuctæ, ut ſint in utramq; partem binæ, appellantur in agris diviſim viritim publicè* Saltus.

*Aphor.* 44. Cœterùm cum & apud nos *jugerum* ( ein Joch / Jugarb / item ein Morgen ) uſus ſit, obſervandum, complecti illud in longitudine 60. in Latitudine 5. perticas, ut area ſit 300. perticarum.

*Aph.* 45. *Meridianus ager* veteribus dicebatur, qvi 25. jugera comprehendebat. Opinantur nonnulli hoc nomine inſigniri tantam ſuperficiem, qvantam Meſſor antemeridiano ſpatio falce ſuâ demetere poteſt.

*Aph.* 46. *Jugerum majus*, Germanicè ein Huffe/apud nos appellant, qvod triginta jugera minora, (dreißig Morgen) comprehendit.

*Aphor.* 47. Hæc & ſimilia vocabula in Geodætarum Scriptis pasſim occurrunt, & pro cujusvis regionis conſvetudine diverſimode explicantur, unde poſtulatum hoc Geodætæ primum eſt, qvo uſualis menſuræ qvantitatem ex-

plorat, qvâ cognitâ, & neceſſaria ſupellectile inſtructus, negotium aggreditur.

*Aph. 48.* Ad eandem ſupellectilem primò qvidem *virgo menſoria*, in aliqvot perticas diviſa, reqviritur. Ut ut autem pertica ipſa penes nos 15 pedum longitudinem æqvet, (*ſieben und eine halbe Leipziger- oder Werck-Elle*) præſtabit tamen eandem in 10. partes æqvales diviſiſſe, ob multiplex compendium, qvod Logiſtica Decimalis ſuppeditat.

*Aph. 49.* De materia porrò, ê qva eadem virga confici debet, non conſentiunt Autores. Catena qvidem ferrea mutationibus non facile eſt obnoxia, & commode adhibebitur, ſi pedes decimales annulis, perticæ ipſæ nummulis, qvibus numeri impresſi ſint, connectantur, &c.

*Aph. 50.* Aliis & imprimis *Schwentero Geometr. Pract. tract. 2. p. 17.* funiculus magis placet, cujus conſtructio, cum textori committenda ſit, verbis Germanicis eandem deſcribemus. Eine gewiſſe/richtige und gute Ruthe kan man machen/

chen / ſo man nimmet eine wiederſins gedrehete Schnur / dieſelbe wohl in Oel ſiedet / alsdann ſo ſie gedrucknet / langſam durch ein zerlaſſen Wachs zeucht / und mit harten Wachs durch und durch ſtarck beſtreichet. Eine ſolche / wenn man ſie auch einen gantzen Tag in Waſſer liegen läſſet / wird ſie doch um kein merckliches kürtzer / dann ſie nimmet das Waſſer / wegen des Oels und Wachs / nicht an / und iſt wiederſinnes gedrehet.

*Aphor.* 51. Reqviritur inſuper inſtrumentum, ad inveſtigandos angulos neceſſarium, qvale perito Geodætæ commodiſſimum videbitur: Alii *Hulſii* inſtrumentum, alii Menſulam, alii integrum circulum, alii ſemicirculum adhibeant. Qvodcunq; tandem ex iisdem placeat, neceſſe eſt, ut *Albidadam* habeat, id eſt, dioptram verſatilem, ab inſtrumenti centro veluti exeuntem, ſuis pinnulis, ſeu pinnacidiis inſtructam, per qvæ â centro fingitur tranſire viſualis radius: illiq; in Dioptra ipſa reſpondet Linea, qvam nonnulli, *fiducia*,

vocant, cujus ratio in ichnographia unicè habetur.

*Aph.52* Adhæc reqviritur & alius ſemicirculus; in minore forma, ad angulos, in campo inventos, in charta repræſentandos, neceſſarius, communiter *Transporter* vocant.

*Aph.53.* Deniq; præter accuratos *circinos*, & *normam*, ad ducendas lineas rectas, itemqve perpendiculares, neceſſariam, in promptu ſit *minor regula diviſoria*, ſeu linea in partes ſuas convenienter diviſa, (communiter einen verjüngten Maßſtab vocant) His inſtructus Geodætes, dimenſionis negotium aggredi poterit.

*Aph.54.* Et primò qvidem in Ευθυμετρία natura ipſa eum juvabit: Altitudinem enim turris, arboris, aut cujusvis ædificii, ad cujus baſin patet aditus, per umbram Solis, vel Lunæ, dimetiri poterit, ſi perpendiculariter in eo plano, cui turris, vel ædificium &c. inſiſtit, erectô baculô, fiat: ut ſe habet longitudo umbræ, â baculo ſparſæ, ad altitudinem baculi,

culi, ita ſe habet longitudo umbræ rei altæ, *ut turris &c.* ad altitudinem ipſam qvæſitam. *Fundamentum* hujus methodi è Triangulorum ſimilium contemplatione manifeſtum eſt.

*Aph. 55.* Aliâ ratione, ſine pretioſo inſtrumento, adhibitô baculô tantùm, notæ longitudinis, rerum accesſibilium altitudines, ex unica ſtatione, dimetiri poteris hôc modô: Baculô perpendiculariter eo in loco erectô, qvi in eodem plano cum baſi rei accesſibilis exiſtit, proſtratô vel depreſsô corpore, notetur, qvo in loco radius viſionis, ad altitudinem rei accesſibilis pertingens, baculum erectum contingat, inſimul altitudo oculi obſervetur, & diſtantia ejusdem â baſi rei accesſibilis, per virgam menſoriam exploretur, qvibus omnibus in papyro convenienter repræſentatis & per lineam, in certas partes diviſam (verjüngten Maßſtab) retentâ proportione ſingularum linearum, altitudo rei accesſibilis innoteſcit. *Fundamen-*

*mentum* hujus methodi iterum eſt proportio triangulorum ſimilium.

*Aph.56.* Si rerum acceſſibilium altitudines qvadrante,vel ſemicirculô, vel ſimili inſtrumentô adhibitô,dimetiri velis, obſervabis, differre hanc methodum â priori, qvod præter diſtantiam Geodætæ â baſi rei altæ, anguli, â linea, Horizonti parallela & radio viſivo,confecti,qvantitas innoteſcat, per ſemicirculum,in ſchemate ἐκτύπῳ, iterum delineanda. Notetur autem pedimenti (vulgò des Statifs) altitudinem negligendam non eſſe: *Fundamentum* hujus praxeos eſt,qvod hac ratione in Triangulo,præter rectum,detur alteruter angulus obliqvus, cum latere intercepto, unde facile qvartum qvodvis innoteſcit.

*Aphor. 57.* Altitudinum, ad qvarum baſes non patet aditus,per bacula, dimenſio ê duabus ſtationibus, ita ſe habet: Erectis in plano rei, inacceſſibilis duobus baculis perpendiculariter,proſtratô,vel depreſſô corpore, notetur,

qvo

qvo in loco radius viſionis, ad altitudinem rei inacceſſibilis pertingens, baculum utrumq; contingat; inſimul altitudo oculi obſervetur & diſtantia ejusdem â baſi rei inacceſſibilis, reſpectu utriusq; Stationis, qvibus omnibus in papyro, beneficiô lineæ, in ſuas partes diviſæ, convenienter delineatis, radios viſionis repræſentantes lineæ, ſe ſuperius interſecabunt, ê qvo interſectionis punctô, demiſſa in planum perpendicularis linea, altitudinem rei inacceſſibilis patefaciet.

*Apb. 58.* Earundem altitudinum, adhibitô Qvadrante, vel Semicirculô, dimenſio, facilior & expeditior eſt; Dantur enim præter diſtantiam ſtationum, anguli bini, qvi ê concurſu linearum, Horizonti parallelarum, itemq; radios viſionis repræſentantium fiunt, & per qvadrantem altitudinis, vel ſimile inſtrumentum, obſervati ſunt; Demiſſa igitur perpendicularis linea, ê punctô, qvo radii viſionis ſe mutuo interſecare concipiuntur, altitudinem qvæſitam ex-

hibebit, qvam regula minor diviſoria determinabit.

*Aph.59.* Profunditatum dimenſio, datô acceſſu ad easdem, æqvè facilis eſt; Nam ſi ê punctō ſuperiori perpendiculum rectà demitti qveat, ut in puteum, vel baſin turris, ê faſtigio ejusdem, tutisſimum eſt, ſolô uti perpendiculô. Qvod ſi qvis inſtrumentô hujusmodi putei profunditatem rimari velit, eôdem ad perpendiculum locatô, obſervetur angulus, qvi fit è concurſu Hypotenuſæ & latere profunditatis putei; innoteſcit enim, hac ratione, in Triangulo rectangulo, præter rectum, alter acutorum cum latere oppoſito, nempe Diametro putei, ê qvibus datis, facilè vel mechanicè, vel Trigonometricè putei profunditas inveſtigari poterit.

*Aph.60.* Denegatô acceſſu, ſi ê turri, vel ædificio, profunditas qvædam inveſtiganda ſit, eliguntur duæ feneſtræ, ſub ſe invicem in uno pariete conſtitutæ qvarum diſtantia nota eſt & dioptra in utraqve ſtatione ad idem plani punctum

ctum dirigitur, notatis angulis, qvi fiunt ê concurſu lineæ altitudinis & radiorum viſionis, qvorum concurſus determinat punctum, ê qvo ducta linea , ad concurſum cum linea baſeos patefacit qvæſitum. In faſtigio montis haſtam erigunt , ad qvam qvadrantem altitudinis ſemel inferius, altera vice ſuperius, applicant, notatâ differentiâ altitudinum, in haſta ſumtarum &c.

*Aph. 61.* Altitudinum & profunditatum dimenſio, inter alia , ad id conducit, ut cognoſcamus, an aqva ê fonte in, urbem usq;, arcemve, vel alium locum duci qveat, nec ne. Scilicet inſtrumentô perpendiculariter ad fontis origi nem collocatô, videatur, an linea Horizontalis, qvam dioptra monſtrat, ad planum usq; ejus loci, in qvem aqva ducenda eſt, directè pertingat, qvod ſi fiat, aqvæ ductus poſſibilis eſt, & ſi planum ejus loci, in qvem aqva deduci debet, depresſius ſit Horizontali ad Scaturiginem lineâ , facillimus , qvod ſi planum loci, ad qvem aqva ducenda eſt, al-

tius ſit plano ſcaturiginis, aqvæ ductus, ex eadem ſcaturigine, impoſſibilis vulgo judicatur. Aqva enim nulla altius per ſimplices canales ducitur, qvam ejus prima ſcaturigo exiſtit. Cœterùm fonte procul ab urbe diſtante, aut collibus interjectis, intuitum urbis vel arcis impedientibus, ſtationes intermedias eliciunt, in eadem, Horizontali nempe, linea ſitas, vel iſtam manifeſtantes.

*Aph.62.* Hactenus de Altimetria. De *Planimetria* dicendum porrò eſt, in qva occurrit primò diſtantiarum rerum acceſſibilium dimenſio, qvæ expeditur â binis menſoribus, unicè virgæ menſoriæ beneficiô, qvæ toties repetenda eſt, qvoties opus, ut ad præfixum terminum perveniatur. Notabis autem (1.) in hoc negotio dandam eſſe operam, ut menſores eandem rectam lineam, progrediendo deſcribant, non divagentur hinc inde. (2.) Si campus inæqvalis ſit & diſtantia, ratione lineæ fundamentalis qværatur, virga menſoria cum baculis, qvibus communiter extremitates ejus-

dem

dem alligantur, angulos rectos faciat. (3.) in acclivitate montium menſuranda, ſi valleculæ interjectæ ſint, Virga menſoria, cum baculis extremis, ſemper angulos æqvales faciat. Reliqvas cautiones docebit praxis.

*Aph.63.* Diſtantia duorum locorum, ad qvorum unum tantùm aditus patet, ope baculorum, inveſtigatur hoc modô: Sit exempli gratia latitudo fluvii A B inveſtiganda; ad punctum B in linea B I excitetur perpendicularis, vel per erectionem, ad punctum B, Trianguli æqvi cruri, vel ope Trianguli, cujus unum latus ſit qvatuor, alterum trium, hypotenuſa autem qvinq; partium, ducaturq; B E, in qva acceptô pro lubitu punctô F, ducatur per illud iterum perpendicularis, priori parallela, ~~&~~ oculô in E collocatô, atq; verſus A proſpiciente, notetur punctum H. Lineæ autem H F æqvalis fiat F G, unde denuo ê punctô E, oculô proſpiciente, verſus G notetur in concurſu lineæ E G, & A B continuatæ punctum I. Dico lineam B I

eſſe

eſſe æqvalem lineæ A B, diſtantiæ qvæſitæ.

*Aph.64.* Ope ſemicirculi vel alterius inſtrumenti eadem diſtantia ita inveſtigabitur: In eodem Schemate, inſtrumentô in B collocatô, Dioptra verſus E moveatur, ita ut E B linea, A B perpendicularis ſit, ejusdemqve longitudo per virgam menſoriam exploretur; transferat porro Geodætes inſtrumentum ê B in E, relictô ſignô in B; facilè in ſecunda hac ſtatione inveniet qvantitatem anguli A E B. Unde datis tribus in triangulo A B E facilè innoteſcit qvartum qvodvis qvæſitum, ſive mechanicè ſive Trigonometricè.

*Aph.65.* Diſtantiæ duorum, vel plurium locorum, ad qvæ aditus ex neutra parte patet, ope Semicirculi, in gradus diviſi, vel alterius inſtrumenti, ê duabus ſtationibus, indagationem, ſeqvens exemplum patefacit: ſit diſtantia plurium locorum, ut A B C D E, inacceſſibilium inveſtiganda, eligo pro prima ſtatione locum, litera F notatum, atqve

ex

ex eodem, dioptrâ primùm verſus A collocatâ & nulli gradui imminente, deinceps verſus B, poſt verſus C &c. flexâ, angulos A F B, B F C, C F D, D F E. cognoſco. Qvô factô, eligo novam ſtationem verſus G & inqviro angulum E F G. Lineæ qvoq; F G longitudinem per virgam menſoriam addiſco; relictâ deinceps in F notâ qvâdam, inſtrumentô vero in G translatô, dioptrâ verſus F collocatâ & nulli gradui imminente, poſteà verſus A, B. &c. motâ, cognoſco qvoq; angulos F G A, A G B, B G C, C G D, D G E. Qvibus cognitis & in charta munda beneficio ſemicirculi minoris, & lineæ in certas partes diviſæ, repræſentatis, diſtantias qvæſitas, eadem linea, in certas partes diviſa, patefaciet. Trigonometrica ſolutio, qvâ tamen vix opus eſt, è Schemate facilè patet.

*Aph. 66.* Atq; ex hac ipſa doctrina innoteſcit ſimul, qvomodo area qvævis, in charta exigua, ita repræſentari posſit, ut lineæ omnes, anguli & rigores archetypo

typo ad amuſſim reſpondeant, qvam ICHNOGRAPHIAM nonnulli vocant (ab ἴχνος, qvod veſtigium ſ plantam ſignificat, & γραφία ſ. deſcriptione ſic dictam.) Scilicet ſine inſtrumento pretioſo, adhibitô tantùm aſſerculô, cum dioptra flexili, campi verſuræ & rigores repræſentari poterunt, ſi adſumtô centrô in ipſa area, vel verſura qvadam, dioptra ad verſuras ſingulas dirigatur, & ita in aſſerculo, chartâ inducto, lineæ ducantur, atq; inſimul, per virgam menſoriam, diſtantiæ verſurarum & metæ per curſores inveſtigentur, iisdem enim diſtantiis, ope lineolæ menſoriæ, (verjüngten Maßſtab) in ductis lineis notatis & extremitatibus connexis, Ichnographia campi erit peracta.

*Aph.67.* Qvod ſi verò Semicirculus, in gradus diviſus, præſto ſit, ejusd. ope, aream cujusvis campi ita repræſentare poteris: Sit datus campus A B C D E F, in juſta proportione repræſentandus, colloco inſtrumentum primò in A & dio-

dioptram ejuſdem verſus B, menſuroq́; lineam A B deinceps transfero inſtrumentum in B & dioptram primum dirigo verſus A, ita tamen, ut nulli gradui immineat, deinde verſus C, & addiſco angulum A B C, atq; iterum lineam B C dimetior, inde in C transfero inſtrumentum, & accepto angulo B C D, lineam C D dimetior & ſic porro ſingulos verſurarum angulos inveſtigo, latera autem intercepta dimetior. Qvibus cognitis, delineatio fit ope ſemicirculi minoris, & lineolæ menſoriæ, uti ſæpius dictum.

*Aph.68.* Δοκιμασίας cujusdam, qvod anguli rectè obſervati ſint, fundamentum, præſtant *Clavii* theoremata ad 32. I. Euclid. addita, qvibus demonſtrat: Omnes angulos figuræ rectilineæ cujusvis, eſſe æqvales bis tot rectis angulis, qvota ipſa eſt inter figuras rectilineas, qvota autem ſit, indicat numerus laterum ſ. angulorum, demtô binariô. Item omnes angulos, figuræ rectilineæ cujusvis, æqvales eſſe bis tot rectis angulis,

lis,demtis qvatuor, qvot ipſa continet latera, ſeu angulos.

*Aph.69.* Speciatim urbis Ichnographia ſine difficultate abſolvetur, ſi in illa, vel finibus ejusdem, duo imprimis loca eminentiora eligantur, ê qvibus notabilia ædificia aſpicere omnino liceat. Agitur enim tunc, cognitâ inſuper duorum locorum diſtantiâ, uti anteà dictum eſt.

*Aph.70.* Ex adverſo, figura in charta notata, in aream campi cujusdam, ſervatâ laterum & angulorum proportione, adhibitis inſtrumentô, vel aſſerculô ſaltem, in qvo figura repræſentanda delineata eſt, itemq; funiculô menſoriô, ſine difficultate, transferri poteſt.

*Aph. 71.* Ad Ichnographiam Subterraneorum locorum, inſtrumentum communiter adhiberi ſolet, qvod acu magneticâ inſtructum eſt, qvô & in fosſis ſubterraneis ſeu cuniculis, certis terræ ſuperficiebus reſpondentibus, uti ſolent.

*Aph.72.* Abſolutâ *εὐθυμετρίᾳ* & indicatâ

catâ plana qværis repræſentandi ratione, ſ. Ichnographiâ, ad ἐπιπεδομετρίαν pergimus, qvâ ſuperficierum dimenſio docetur; Hanc nonnulli *Pedaturam*, ſeu dimenſionem per pedes, item ποδισμὸν appellant.

*Aph. 73. Area Trianguli rectanguli*, ê datis duobus lateribus, angulum rectum includentibus, ſeu baſi & cathetô, invenitur, ductô alterutrô latere integrô, in alterius dimidium, vel multiplicatis duobus lateribus integris, & productô dimidiatô.

*Aph. 74. Area Trianguli cujusvis*, qvod finitores *Triqvetrum*, item *Delta* vocant, invenitur, ſi obliqvangulum in duo rectangula prius reſolvatur. Vel â Semiſumma laterum ſingula latera ſubtrahantur, & differentiæ in ſemiſummam laterum ducantur; E producto extracta Radix qvadrata, patefacit aream Trianguli.

*Aph. 75.* Superficies cujusvis Trianguli, per ſemiſſem baſis di. iſa loco qvotientis, perpendiculi menſurâ exhibet, qvem-

qvemadmodum & ſuperficie, per ſemiſſem perpendiculi diviſâ, baſis reſtituitur. Cujus rei ratio ex utroq; aphoriſmo præcedenti patet.

*Aph.76.* Si plura *Triangula æqvialta*, ſ. iisdem parallelis, qva verticem & baſin incluſa, occurrant, qvæ in Geometria de hujusmodi figuris dicta ſunt, non ſine ingenti utilitate hîc obſervantur. Nam Triangula hujusmodi ſi æqvales baſes habeant, & ſuperficies eorundem æqvales erunt. Qvod ſi inæqvales fuerint baſes, cognitis iisdem, & ſuperficie unius Trianguli, reliqvorum omnium ſuperficies cognoſcentur, ſi fiat, ut ſe habet baſis Trianguli, ad ſuperficiem ejusdem cognitam, ita ſe habet qvævis baſis Trianguli æqvialti, ad ſuperficiem quæſitam. Et vice verſa ſuperficiebus cognitis, cum unius baſi, cognoſcentur baſes qvæſitæ datarum ſuperficierum, in Triangulis æqvialtis.

*Aph.77. Area Qvadrati*, ſeu *Plaſii Iſopleuri*, vel *Plinthii*, ductô latere in ſeipſum, innoteſcit.

*Aph.78.*

*Aph.78. Area Parallelogrammi rectanguli* multiplicatis ſecum lateribus, angulum rectum comprehendentibus, invenitur.

*Aph. 79. Area parallelogrammi obliqvanguli*, ut *Rhombi* & *Rhomboidis*; ductâ baſi in perpendiculum, invenitur. Vel per diagonalem lineam, parallelogrammum, in duo Triangula reſolvatur, unius enim area, per antecedentia inventa & duplata, manifeſtabit totius parallelogrammi obliqvanguli aream.

*Aph. 80.* Ex adverſo ſuperficie qvadranguli per baſin diviſâ, innoteſcet perpendiculum; Vel ſuperficie per perpendiculum diviſâ, innoteſcet baſis.

*Aphor. 81.* Si plura *parallelogramma æqvialta* occurrunt, erunt eorundem ſuperficies, baſibus proportionales, unde inventio earundem ita ſe habebit, uti de Triangulis æquialtis paulo ante dictum eſt.

*Aph. 82. Area parallelogrammi, cujus duo latera oppoſita inflexa ſunt*, uti agrorum eſſe ſolent, multiplicatâ chordâ ſeu ſub-

ſubtenſâ lateris inflexi in latitudinem invenitur.

*Aph.83. Area Trapezii*, ductô perpendiculô in ſemiſſem ſummæ duarum baſium, invenitur.

*Aph.84. Area cujusvis æqvilateræ, & æqviangulæ figuræ* ita invenitur. Reſolvatur Figura in ſua Triangula, & area unius multiplicetur per numerum laterum, productum dabit aream qvæſitæ figuræ. Notabis autem, præſertim in figuris, numerô pari laterum definitis, etiam per inſcriptionem parallelogrammi, vel Trapezii, ſolutionem fieri poſſe: ita ſexangularis figura commodisſimè in duo trapezia reſolvitur &c.

*Aph. 85. Multangulorum ordinatorum area* perpendiculô, â centro figuræ ordinatæ in latus oppoſitum demiſsô, & in ſemiperimetrum figuræ ductô, compendioſè invenitur.

*Aph.86* Obſervabis hoc loco, figuras iſoperimetras non habere protinus æqvales areas, ſed qvo plura latera figuram comprehendunt, eo capacior erit eadem,

eadem, circularis autem omnium capaciſſima.

*Aph.87. De area circuli, ſeu ſuperficie plana corporis globoſi*, demonſtrat *Archimedes, de dimenſione Circuli*, qvemlibet circulum eſſe æqvalem triangulo rectangulo, cujus alterum latus, comprehendens angulum rectum, æqvale ſit ſemidiametro circuli, alterum tantum ſit, qvanta peripheria circuli, qvæ invenitur per praxin alterius problematis, ut ſe habent 7. ad 22. vel ſecundum *Ptolomæum*, ut 10000000. ad 31416666. vel deniq; ſecundum *Vietam*, ut 10000000000. ad 31415926535.; ſic Diameter ad perimetrum. Qvod ſi itaqve Semidiameter circuli per ſemiſſem Perimetri multiplicetur, productum exhibebit aream.

*Aph. 88.* Qvod ſi neq; peripheria circuli, neq; Diameter ejusdem datæ ſint & ad partem tantum areæ circuli aditus pateat, qvadratum ſemisſis Chordæ partis accesſibilis, per ſinum verſum, ſeu perpendicularem, in Semiſſem

D chor-

chordæ dividatur, ut prodeat pars Diametri latens, cui ſi portio patens, quam ſinum verſum dixi, addatur, innoteſcet Diameter circuli, unde peripheriam & aream invenire difficilè non erit.

*Aph.89.* Qvamvis de auctione ſuperficierum, in Geometricis Aphor. 187. jam dictum ſit, ſuccurrit tamen nunc facillima *Circulorum areas augendi modus*, cujus fundamentum eſt Euclideum Theorema 2. *XII.* Circuli inter ſe ſunt, qvemadmodum à Diametris qvadrata. Subtenſa igitur Qvadrantis circuli, ſi ê centro ejusdem transferatur in continuatum radium, erit circulus, ex hôc intervallô deſcriptus, duplus prioris & ſi linea, à ſectione circuli & Diametri in priorem terminum continuati radii ducta, ex eodem centro in illum ipſum continuatum radium transferatur, erit eadem ſemidiameter tripli circuli. Et ſi denuo linea, à ſectione circuli & Diametri, in proximum terminum, (pro triplicando circulo) continuati radii

ducta

ducta,ex eodem centro in illum ipſum continuatum radium transferatur, erit eadem Semidiameter circuli qvadrupli,&c.

*Aph. 90. Area Semicirculi* eſt productum Semidiametri & qvartæ partis peripheriæ.

*Aph 91. Area Qvadrantis* autem eſt productum Semidiametri & octavæ partis circuli & ſic porrò.

*Aph 92. Area Sectoris* eſt productum Semidiametri & dimidii arcus.

*Aph.93 Area Segmenti circuli* invenitur, ſi exploretur prius, area circuli integri, indeq; fiat: Ut ſe habet perimeter circuli ad aream inventam, ita ſe habet arcus Segmenti ad reſpondentem aream.

*Aph. 94. Area figuræ Lenticularis* eſt aggregatum arearum utriusq; ſegmenti, è quibus figura lenticularis componitur.

*Aph. 95. Area Ellipſeos* æqualis cenſetur areæ circuli, cujus Semidiameter eſt Semisſis mediæ proportionalis, in-

ter minimam & maximam ellipſeos Diametrum.

*Aph. 96. Area Paraboles* æqvalis cenſetur areæ Trianguli, cujus altitudo æqvalis eſt altitudini paraboles & baſis ſesqvitertia baſeos ejusdem.

*Aph. 97.* Similiter & aliarum *figurarum, qvæ ex variis circulorum ſegmentis coagmentatæ ſunt, ſive circumferentiæ introrſum, ſive extrorſum vergant, areæ* inveſtigantur per partes, qvod exemplis melius, qvam copioſis præceptis explicari poterit.

*Aph. 98. De ſuperficie globi convexa* demonſtrat *Archimedes*, aream circuli maximi eſſe qvartam partem ſuperficiei convexæ; qvare areâ, ſeu ſuperficie planâ, per qvaternarium multiplicatâ, productum exhibebit ſuperficiem convexam. Sive areæ qvantitate nondum cognita, tota globi Diameter ſeu axis in peripheriā ducatur, producetur idem.

*Aph. 99. Hemiſphærii ſuperficies convexa*, excluſa baſe, eſt productum areæ circuli & binarii. Item Semidiametri

in

in ſcirculi peripheriam. Item Diametri in ſemiperipheriam.

*Apb. 100. Portionis Sphæræ ſuperficies convexa*, excluſa baſe, æqvalis eſt circulo, cujus Semidiameter eſt linea recta, qvæ à vertice portionis ad circumferentiam baſis ducitur. Conf. Archim. de Sphæra & Cylindro L. 1. prop. 40.

*Apb. 101. Superficies convexa Cylindri*, demptis baſibus, æqvalis eſt circulo, cujus Semidiameter eſt linea media proportionalis, inter latus Cylindri & Diametrum baſis.

*Apb. 102.* Alii aream ſeu capacitatem ſuperficialem Cylindri inveſtigant per partes, ſeorſim ſcil. utriusq; baſeos & ducta peripheria in altitudinem cylindri. Partium aggregatum exhibebit ſuperficialem Cylindri capacitatem.

*Apb. 103. Area coni recti*, ſeclusâ baſe, eſt æqvalis circulo, cujus Semidiameter eſt media proportionalis, inter latus Coni & Semidiametrum baſis.

*Apb. 104.* Aream ſeu capacitatem ſuperficialem coni aliter ſumma areæ baſeos

ſeos & producti Semiperipheriæ in altidinem manifeſtat.

*Aph. 105. Pyramidum ſuperficies* per partes commodisſimè inveniuntur, additâ baſi lateribus. De reliqvis corporibus, eorundemq; ſuperficiebus idem eſto judicium.

*Aph. 106. Area cujusvis figuræ etiam inordinatæ*, ita invenitur. Reſolvatur figura propoſita, ſeu in Ichnographia inventa, ſive in triangulares, ſive alias ordinatas figuras, productis particularibus, per antecedentia inventis, ſibi invicem additis, ſumma dabit aream quæſitam. Reſolvitur autem quælibet figura multilatera irregularis in tot Triangula, quot ipſa habet angulos, duobus demptis, qvoniam ex qvolibet angulo, duobus proximis exceptis, ad reliqvos rectæ lineæ duci poſſunt. Alii circa figuram inordinatam parallelogrammum deſcribunt, ejusdem aream explorant, & à producto, triangulorum extraneorum (ut ita loqvar) areas ſubtrahunt.

*Aph. 107.*

*Aph. 107.* Huc uſq; de dimenſione arearum ſeu ſuperficierum dictum eſt; Hanc excipit ejusdem AREÆ, in partes, ſecundum datam proportionem, DIVISIO, à qva diſciplina hæc noſtra nomen ſuum accepit, ut Geodæſia audiat. Et Triangularis qvidem figuræ, (qvæ in areæ inventione potisſimum uſurpatur,) diviſô unô latere in partes datas, ductisqve lineis, ab angulo oppoſito iſti lateri, ad terminos partium usqve, tota area in partes datas erit diviſa. Nam Triangula, ſuper æqvalibus baſibus conſtituta, & in iisdem parallelis, inter ſe ſunt æqvalia. *39. I.*

*Aph. 108.* Aream ejusdem Trianguli in partes inæqvales, ſecundum datam rationem divides, ſi ſummam numerorum, proportionem indicantium, primô locô ponas, ſecundo longitudinem lineæ, in qvam Sectrices debent cadere, tertiô locô numerum qvemvis, proportionem, in diviſione obſervandam, exponentem. Peractis operationibus, qvales Regula ſocietatis poſtulat, innotescent

 teſcent

teſcent partes lineæ, in qvam ſectrices lineæ, ſecundum datam proportionem, cadere debent ; Ductis igitur his ex angulo oppoſito , diviſio ipſa erit peracta.

*Aph. 109.* Ab area cujusvis Trianguli inventa, partem imperatam auferes, ſi fiat : Ut ſe habet tota area , ad totam baſin, in qvam ſectrix debet cadere , ita ſe habet pars areæ imperata , ad terminum in baſe notandum , qvô connexô cum angulo oppoſito, ſectio erit peracta. Fundamentum hujus methodi ê doctrina de Triangulis æqvialtis patet, illorum enim ſuperficies baſibus eſſe proportionales, anteà dictum eſt.

*Aph. 110.* Area Trianguli, in partes æqvales , per lineas , baſi parellelas , dividetur, diviſô perpendiculi qvadratô, per partes datas , qvotientis radix particulas, in perpendiculari linea , ab angulo , baſi oppoſito , numerandas , patefaciet, qvod ſi per terminos earundem baſi ducantur parallelæ , diviſio peracta erit.

*Aph. 111.*

*Apb* 111. Area parallelogrammi cujusvis in partes æqvales dividitur, diviſis lineis, in qvas ſectrices debent cadere, in easdem partes & terminis partium, per lineas rectas, connexis.

*Apb* 112. Aream parallelogrammi cujusvis, ſecundum datam rationem, in partes inæqvales, divides, ſi ſummam numerorum, proportionem indicantium, primô locô ponas, ſecundô longitudinem lineæ; in qvam ſectrices debent cadere, tertio loco numerum qvemvis, proportionem, in diviſione obſervandam, exponentem. Peractis operationibus, innoteſcent partes linearum parallelarum, per lineas rectas conjungendæ, qvibus ductis, diviſio erit peracta.

*Apb*. 113. Ab area cujusvis parallelogrammi partem imperatam auferes, ſi fiat; ut ſe habet tota ſuperficies, ad totam lineam, per qvam, ejusdemqve parallelam, ſectrix tranſire debet, ita ſe habet pars ſuperficiei auferenda, ad partem lineæ, per qvam, ejusdemq; parallelam, ſectrix tranſire debet.

*Aph.114.* Superficiem Trapezii, vel qvadrati irregularis, ſecundum datam rationem divides, ſi ductâ ſectrice lineâ, cujusvis partis qvantitatem explores, qvæ ſi datæ rationi congruat, ſectricem lineam ritè conjecturaſti, ſin minus, exceſſum, vel defectum, per ſectricem aſſumptam, dividas, ut habeas correctionis particulas, qvæ veræ ſectricis lineæ ductum patefaciunt. Nam ſuperficie per baſin divisâ, innoteſcit perpendiculum vel ſuperficie per perpendiculum divisâ, innoteſcit baſis, uti anteà dictum eſt.

*Aphor. 115.* Qvamlibet ſuperficiem multangulam & irregularem uti metiri, ita & dividere poteris, nec caſuum multitudo regulis includi poteſt, ſed prudentiæ decempedatoris committi debet.

*Aphor.116.* Dimenſionem & diviſionem agri tandem ſeqvitur DEGROMATIO, ſive ſignorum, qvibus agrorum limites diſtingvuntur, erectio. *Groma* enim, uti *Feſtus* annotavit, appellatur genus

genus machinulæ cujusdam, qvô regiones agri cujusq; cognoſci poſſunt; quot genus Græci dicunt *γνώμονα* *Lucillius*:

*Viamq;*
*Vis degrumari, ut caſtris menſor facit olim.*

Et uti veteres in Terminis erigendis perqvam ſuperſtitioſi fuerunt, quod ê ſequentibus *Siculi Flacci*, de Conditionibus agrorum, verbis liquet: *Cum terminos diſponerent, ipſos qvidem lapides in ſolidam terram collocabant, proximè ea loca, qvibus foſſis factis defixuri eos erant, unguentô, velaminibusq; & coronis eos coronabant: in foſſis autem, qvibus poſituri eos erant, ſacrificiô factô, hoſtiâqve immaculatâ cæsâ, facibus ardentibus, in foſſa cooperti ſangvinem inſtillabant, eoq; thura & fruges jactabant: favos quoq; & vinum, aliaq; qvibus conſvetudo terminis ſacrum fieri, in foſſa adjiciebant, conſumptisq; omnibus dapibus igne, ſuper calentes reliqvias lapides collocabant, atq; ita diligenti curâ confirmabant:*

*mabant: adjectis etiam qvibusdam ſaxorum fragminibus circumcalcabant, qvo firmius ſtarent. Tale ergò Sacrificium, Domini, inter qvos fines dirimebantur, faciebant;* Ita cum idololatricis conſvetudinibus nihil qvidem commune nos habemus, ſaxorum tamen & palorum, qvibus ad terminos ſignandos utimur, & apud nos ſolennis conſtitutio eſt, qvæ non niſi præſentibus in conſinio Dominis legitimisq; arbitris, fieri debet, ut in hunc diem usqve illud *Hygeni*, qvo librum de limitibus conſtituendis inchoat, verum ſit; *Inter omnes menſurarum ritus, ſive actus eminentiſſima traditur limitum conſtitutio. Eſt enim illi origo cæleſtis & perpetua continuatio, cum qvadam latitudine rectura dividens noſtra.*

APHO-

# APHORISMI STEREOMETRICI.

*APH. 1.*

UTi Geodæſia pro objecto habet lineas & ſuperficies, ita *Stereometria* τὸ ςερεὸν ſeu ipſam ſoliditatem corporum Mathematicorum, longitudine latitudine & profunditate præditorum, conſiderat & determinat: Unde definitur; qvod ſit *Scientia, quæ ſoliditates corporum conſiderat, easdemq; in uſitata qvadam menſura exprimere docet.*

*Aph. 2. Menſuræ Stereometricæ* variæ ſunt & multiplices, qvarum potisſima genera recenſebimus: *Cubus* in genere vocatur menſura ſolida, ſeu eſt corpus Hexaëdrum, qvô ſolida dimetimur;

*Cubicum* autem *pedem* vocabant veteres & κατ' ἐξοχὴν Cubum, qvando corpus illud pedis magnitudine circumqvaqve æqvaliter adſurgebat.

*Aph. 3.* Hujusmodi Cubi decem, in directum copulati, *Parallelipipedum Priſma* conſtituunt, qvod ab artis Gromaticæ ſcriptoribus *Aſſer*, ſeu ἀσκὶς vocatur.

*Aph.4.* Decem aſſeres, ſeu Cupi centum, in qvadrum ſtrati, *ſcutulam* πλίνθον efficiunt.

*Aph.5.* Scutulæ decem, *Perticam cubicam* conſtituunt, & ſic porrò. Menſuræ aliæ, ut *Cyathus*, *Acetabulum*, *Hemina*, & *Sextarius*, ex liqvidis æſtimandæ ſunt.

*Aph.6.* Uti autem Veteres, diverſis menſuris, ad inveſtigandam Corporum ſoliditatem, uſi ſunt, ita adhuc hodiè, in regionibus diverſis, variæ adhibentur. Apud nos uſitatiſſima menſura eſt *modius*, Ein Scheffel / cujus decima ſexta pars vocatur *modiolus* Eine Metze/ qvemadmodum & Veteres Romani Mo-

Modium in ſedecim Sextarios diviſerunt, 12. Modii Ein Malter / 24. Modi Ein Wiſpel/ &c.

*Aph.7.* His menſuris arida metimur, de *Liqvorum menſuris* dicendum porrò erit, & ut aliqvot ſaltem hujusmodi menſuras nominemus, *Ligulas* (drachmarum 3. & ſcrup. 1.) *Cyathos*, (4. ligularum) *Acetabula*, ($1\frac{1}{2}$. cyath.) *Qvartarios*, (2. acetabul.) *Heminas*, (2. qvartar.) *Sextarios*, (2. hemin.) *Congios*, (6. Sextar.) *Urnas*, (4. Congior.) *Amphoras*, (2. Urnar.) *Culeos*, (20. amphor.) & ſimiles menſuras, Romani habuerunt, qvarum qvantitates *Georgius Agricola*, in ſuis, de Menſuris & ponderibus, libris exprimere conatus eſt.

*Aph 8.* Non minus apud *Græcos* liqvidorum menſuræ fuerunt variæ, inter qvos minima, *Cochlearium*, qvorum duo conſtituebanr *Chemen.* Inde ſeqvebantur *Myſtrum*. ($1\frac{1}{4}$. Chem.) *Concha*, (Cochlear. 5.) *Cyathus*, (2. Conch.) *Oxybaphum*, ($1\frac{1}{2}$. Cyath.) *Qvartarius*, (2. Oxybaph.) *Cotyla*, (2. Qvartar.)

*Sexta-*

*Sextarius*, (2. Cotyl) *Chus*, (6. Sextar.) *Metretes*, deniq; choas duodecim comprehendebat, & aliô nomine, *Cadus* & *Ceramium* dicebatur: Ubi verò adjicitur *Italicum*, Amphoram Romanam intellige: Sicuti cum audis *Amphoram Atticam*, intellige Metretem, &c.

*Aphor. 9.* Uſitatiſſima menſura penes nos, & in finitimis regionibus eſt *Cantharus*, vulgò Eine Kanne / qvæ dividitur in duas ſemiſſes, vulgò Nöſſel oder Kännlein. Semisſis in 2. alios ſemiſſes, German. Ein halb Nöſſel / & hujusmodi ſemisſis iterum in 2. ſemiſſes, Germ. Quartierlein. Porrò menſuræ hujusmodi 72. *Witteberga* urnam conficiunt, una urna cum $\frac{1}{4}$. Eine Tonne / duæ urnæ cum ſemiſſe qvadrantem, Ein Viertel / qvinq; urnæ dolium, Ein Faß / ſeptem urnæ cum ſemiſſe, ſesqvidolium Ein Dreyling / decem urnæ Cupam, Eine Kuffe. *Francofurtenſes.* autem vinum Rhenanum dimetiri ſolent per qvadrantes, (Germanicè Ein Achtmaß oder Quart.) qvorum qvatuor faciunt menſuram

ſuram, Ein Maß / ) qvatuor menſuræ qvartale (Ein Viertel / ) viginti qvartalia urnam, vel amphoram ( Ein Ohm / ) ac ſex urnæ vehem, ſeu plauſtrum ( Ein Fuder.)

*Aph. 10.* Unicô tantum ad hoc negotium inſtrumentô opus eſt, VIRGA ſcilicet STEREOMETRICA, qvam vulgò Einen Viſier-Stab oder Ruthen / vocant Et qvamvis eandẽ diverſi diverſimodè conficiant, nobis tamen, præ reliqvis modis, ſeqvens perplacet. (1.) Baculus qvidam ê durisſimo ligno fabrefactus, & probè dolatus, in certas dividatur partes æqvales, qvæ qvo minores erunt, eo aptior erit virga ad negotium hoc. (2.) Vaſi cuidam, ſi id haberi poterit, regularis figuræ, aqvæ menſuræ qvædam infundantur, qvarum numerum præſtat exactè cubicum eſſe, qvales ſunt, 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729. &c. (3.) Si vas qvoddam regulare & ordinatũ haberi neqveat, per æqvationẽ laterum vel diametrorum, ad regularem figuram reducatur. (4.) Videatur,

deatur, qvot partium conſtructæ virgæ ſit latitudo vaſis , item longitudo ejusdem (Si vas Cylindraceum vel Sphæricum ſit, obſervari debet diameter ejusdem cum longitudine) & altitudo aquæ infuſæ. (5) Ducatur latitudo vaſis in altitudinem obſervatam, ut habeatur unius lateris area, quæ per longitudinem vaſis multiplicata, dabit ejusdem capacitatem in particulis cubicis, ſive, ſi vas Cylindraceum ſit, vel alterius figuræ rotundæ, ducatur ſemidiameter in ſemiſſem peripheriæ, ut habeatur fundi area, qvæ per altitudinem dolii multiplicata, itidem capacitatem vaſis dabit in particulis Cubicis. (6.) E numeris cubicis inventis extrahatur radix Cubica, manifeſtat eadem unum latus Cubi, vaſi aſſumto, qva ſoliditatem, reſpondentis. (7.) Eadem radix inventa, per radicem Cubicam numero menſurarum infuſarum reſpondentem, dividatur, qvotus manifeſtat, qvot partes virgæ Stereometricæ, cubicè intellectæ, uni menſuræ

ſuræ reſpondeant, qvi numerus vel alicubi in virga annotari, vel mente tantum teneri debet. (8.) Poterit certitudinis ergò, cum numerus partium, uni menſuræ reſpondentium, futuræ operationis Stereometricæ fundamentum ſit, menſuræ ipſius qvantitas, ad modum hactenus explicatum, in partibus virgæ inveſtigari, qvo de hoc numero indubitatò conſtet. (9.) Si aridæ res, ut cumulus tritici &c. per eandem virgam menſurari debeant, oportet ſimiliter prius cognitum eſſe numerum partium, uni modio, vel modiolo, reſpondentium. Breviter: Cuivis menſuræ, in qva corporis cujusdam capacitas indaganda eſt, reſpondentes in virga partes, ut præcognitæ ſint, neceſſe eſt.

*Aph. II.* Qvoniam particulæ, qvæ in Virga Stereometrica vulgari, uni menſuræ reſpondent, ut plurimum numerô, ad diviſionem minus aptô, determinantur, in praxi autem per earundem particularum numerum neceſſariò divi-

den-

dendum eſt, præſtat baculi Stereometrici latus alterum ita divideri, ut partes, uni menſuræ reſpondentes, ad diviſionem aptisſimô numerô determinentur; qvalis numerus dubio procul eſt, qvi à dextrâ Siphris, à ſiniſtrâ unitate conſtat. Electus itaq; numerus, ut exempli gratia 1000. multiplicetur per alium numerum qvemvis, ita tamen comparatum, ut productum numerum exhibeat Cubicum, qvalis numerus eſt ipſe millenarius; millies enim millia dant millena millia, numerum exactè Cubicum. Porrò numerus aſſumtus multiplicetur per partes, uni menſuræ, in virga vulgari, reſpondentes, & ê producto extrahatur radix, qvâ è virga vulgari, beneficiô circuli, acceptâ & in centum particulas h. l. (radix enim millenorum millium eſt centenarius) diviſâ, itemqve ulterius, ſi ſpatium admittit, in particularum partes decimales, prorogatisq; numeris, pro baculi longitudine, erit virgæ Stereometricæ novum latus ritè conſtructum.

*Aph.12.*

*Aph. 12.* Solidi cujusvis dimenſio his fundamentis innititur: *Pro Soliditate Pyramidis:* Multiplicetur area baſeos in tertiam partem altitudinis, productum dabit ſoliditatem Pyramidis.

*Aph. 13. Pro Soliditate Cubi:* Ducatur area lateris Cubici in altitudinem Cubi, productum dabit ſoliditatem Cubi in menſura ſolida.

*Aph. 14.* Inter arcana Stereometrica & præſtantisſima εὑρήματα, non immeritò refertur Cubi duplicatio, qvæ Geometris per aliqvot ſecula negotium fecit. Originem hujus problematis *Eratoſthenes* refert verbis ſeqventibus: *Accepimus*, inqvit, *qvendam Veterum Tragicorum introduxiſſe Minoa Glauco ſepulcrum extruentem, auditoq́; qvod undiqve centum pedum eſſet, cum parvum improbaret Regalis ſepulcri monimentum, dicentem: DUPLUM ESTO. Cum autem Cubi ignarus architectus eſſet, duplicans Longitudine unumqvodq́; latus ſepulchri, videbatur erraviſſe. Lateribus enim duplicatis, planum qvi-*

*qvidem qvadruplum efficitur, Solidum verum Octuplum. Qværebatur igitur à Geometris, qvomodo datum ſolidum, manens in eâdem figurâ, qviſpiam duplicaret, at vocatur tale Problema CUBI DUPLICATIO, ſupponentes enim Cubum, qværebant ipſum duplicare.* Hactenus Eratoſthenes. Nec inconcinnum eſt, qvod ſuſpicatur *Moltherus*, ingenioſum Poëtam, publicè in proſcenio, exprobrare voluiſſe Geometris, duplicationis Cubi ignorantiam, ad cujus inventionem, indignatione publici probri, objectô tam luculentô errore, ceu ſtimulo, eſſent adigendi.

*Aph 15.* Qvicqvid verò ſit, certum eſt, Græcos, ſucceſſu temporis, Geometriæ parum dediſſe operam, unde eorundem ſocordiam *Oraculum Deliacum* denuò taxavit, hâc occaſione: Graſſabatur apud Delios lues peſtifera; Conſulebant itaq; Apollinis Oraculum, qvâ ratione à malô hôc liberari posſint, reſponſum eſt à Phœbade (qvam credunt nonnulli à Platone ſubordi-

ordinatam fuiſſe), ſopiri poſſe contagium, *SI ARAM APOLLINIS DUPLICASSENT.* Delii iteq; ἀγεωμέτρητοι aræ Apollinis Cubicæ, Cubum alium impoſuerunt, atq; ita priſma in locum Cubi ſubſtituerunt, qvare non ceſſante peſte Apollinem denuo interrogarunt Delii: Reſponſum acceperunt; mandato DEI ſatisfactum non eſſe. Tum verò homines impensè conati ſunt beneficio artis Geometricæ, imperata exeqvi, & *Platonis* exqviſiverunt judicium, qvi ad *Euclidem Megarenſem* eosdem ablegaſſe dicitur &c.

*Aph.16.* Cæterùm qvamvis ſolicitè in ſolutionem hujus Problematis inqviſiverint veteres, nemo tamen ante *Eratoſthenem*, qvi ducentis & viginti circiter annis ante Chriſtum, ê ſententia *B. Helvici*, vixit, & Eruditorum τὸ βῆτα dictus eſt, problema ſolvere potuit; Ipſe verò Eratoſtenes, inventâ cubi duplicatione, anathematis loco eam in templo ſuſpendiſſe dicitur.

*Aph.17.*

*Aph.17.* Innititur hujus Problematis ſolutio,ſeu Geometrica Cubi Duplicatio *Meſolabii ſecundi*, qvod vocant, ſeu duarum mediarum, qvæ linearum datarum continuè proportionales ſint, inventioni,de qva utut in Aphor. Geomet. 188 jam dictum ſit, in præſenti tamen aliâ adhuc methodô ad eundem ſcopum,collimabimus. Sit *e.g.* Cubus *A B C D E F* duplandus, ſeu ita augendus,ut ſe habent G H ad I K. In ducta linea L M, lineæ G H æqvales abſcindantur L N,N O,O P, & ſuper L N atq; O P erigantur, ad modum conſtructionis triangulorum Iſoſcelium, arcus,in Q & R, qvorum latera ſemisſi lineæ I K ſint æqvalia, ducaturq; R N; applicatâ item normâ ad Q. qværatur punctum in O P,à qvô ducta linea ad interſectionem lineæ R N æqvalis ſit lineæ G H vel ſemisſi I K, ducaturq; linea Q S T. Erunt lineæ qvæſitæ mediæ continuè proportionales minor QS,major NT.ut dicere qveam: qvemadmodũ ſe habet linea data minor G H, ad QS,ita QS ad

ad N.T. & ſic inventa major N T. ad datam majorem I K. Qvare ſuper datarum mediarum, continuè proportionalium, minorem lineam, conſtructus Cubus, duplus erit Cubi anteà dati.

*Aph.* 18. Cæterùm cum accidat nonnunqvam, ut latus dati Cubi integrum, ob anguſtiam ſpatii, commodè tractari neqveat: huic difficultati aliqvis medebitur, ſi pro lubitu partem aliqvotam Lateris dati aſſumat, atqve ita Meſolabium ſecundum, per doctrinam præcedentem, inveniat. Nam continuè proportionalium minor toties aucta, qvoties opus, ut qvæſito fiat ſatis, dabit latus Cubi duplicati, qvi erat conſtruendus.

*Aph.* 19. Extendi hæc doctrina ad Cubi *triplicationem*, *qvadruplicationem*, *qvintuplicationem &c.* poteſt. Sit, exempli gratia, Cubus idem triplicandus, ſeu ita augendus, ut ſe habet A B, ad A C, è punctis A & B, ad intervallum ſemiſsis lineæ majoris, ſeu A C, deſcribantur arcus, ſe invicem ſuperius interſecantes

E in

in E. Itemq; è punctis D & C, retentâ eâdem circini intercapedine, deſcribantur arcus ſe mutuò interſecantes in F, ducaturqve recta B F. Applicetur item norma ad E, & qværatur in linea A C continuata punctum, â qvô ducta linea, ad interſectionem usqve lineæ B F, æqvalis ſit ſemisſi lineæ majoris, ducaturq; E G H. Erunt lineæ inventæ ad datas continuè proportionales E G minor & B H major: ſuper E G itaqve conſtructus Cubus, triplus erit Cubi propoſiti.

*Aphor.* 20. Similiter ſi Cubus qvadruplicandus proponatur, ducantur itidem arcus, ad intervallum ſemisſis lineæ majoris, ſe invicem ſuperius interſecantes & agatur, ut anteà dictum eſt.

*Aphor.* 21. Qvod ſi Cubus propoſitus, *ſecundum datam rationem*, minui debeat, vel de novo Meſolabium ſecundum, pro radice ſemisſis Cubi inveſtigetur, vel ſi duæ continuæ proportionales, per antecedentia, inventæ

tæ ſunt, ſemisſis e. g. lineæ proportionalis majoris in ſchemate, qvod pro Cubi duplicatione ſuperius delineavimus, dabit latus Cubi dimidiati. Triens lineæ proportionalis majoris, in ſchemate, pro Cubi triplicatione, delineato, dabit Latus Cubi trientalis & ſic porrò.

*Aphor.* 22 Memineris ea, qvæ hactenus de Cubi auctione & diminutione in ſpecie dicta ſunt, eadem ad alia qvoqve corpora omninò ſpectare; E. g. in auctione Sphæræ, proportionalium inventarum minor, exhibet Diametrum ſphæræ dimidiæ. Similiter ſe res habet in auctione & diminutione Cylindri & cujusvis alterius corporis.

*Aphor.* 23. Porrò qvamvis Geometricum ſit problema hoc, neqve Meſolabii ſecundi expoſitio, per numeros, præciſionem Geometricam attingat, cum ductus linearum, ê qvarum potentia eſt Cubus, vel aliud corpus, ob ſurditatem ſuam plerumqve ἄῤῥητοι ſint,

καὶ ἄλογοι, poſſumus tamen qvodammodo, *ope Arithmeticæ*, ſolutionem peragere. E. g. Monumenti Regii Sepulcralis qvodvis latus erat 100 pedum, totum itaqve ſepulcrum erat Cubiſcorum pedalium 1000000. Duplicanda nunc erat ſoliditas, retentâ Cubi formâ, ut fieret Cubiſcorum pedalium 2000000. Dico, ſi ex hoc numero extraxiſſent Radicem Cubicam, innotuiſſet Architectis, qvot pedum unumqvodqve latus Cubi eſſe oporteret, ut Cubi duplicati forma emergeret.

*Aphor.* 24. *Pro Soliditate cujusvis Priſmatos:* Ducatur area baſeos, per Geodætica præcepta inventa, in altitudinem priſmatis, productum ſoliditatem exhibebit.

*Aphor.* 25. *Pro Soliditate Pyramidis:* Euclides 7. XII. omne Priſma, inqvit, triangularem habens baſin, dividitur in tres Pyramides, æqvales inter ſe, triangulares baſes habentes, unde neceſſariò ſeqvitur: Qvamvis pyramidem eſſe tertiam partem Priſmatis, ean-

eandem cum ipſa habentis baſin & altitudinem. Ductâ itaqve areâ Pyramidis in altitudinem ejusdem, producti tertia pars exhibebit ſoliditatem Pyramidis.

*Aphor. 26. Pro Soliditate reliqvorum corporum Regularium:* Compoſitis octo Pyramidibus triangulis ordinatis, emergit Octaëdrum, compoſitis viginti, Icoſaëdrum; compoſitis duodecim Pyramidibus Pentagonis, conſtituetur Dodecaëdrum. Unius itaqve Pyramidis area, per antecedentia inventa, multiplicetur per numerum laterum corporis propoſiti, ſeu Pyramidum, è qvibus conſtat ſolidum, productum dabit ſoliditatem qvæſitam. Ubi obſerves, Pyramidum illarum, Dodecaëdri imprimis, altitudines haberi, ſi è ſuperiori plano corporis linea perpendicularis demittatur; Nam ejusdem lineæ ſemisſis pyramidum altitudinem exhibebit.

*Aphor. 27. Pro Soliditate corporum irregularium* inveſtiganda nonnulli ar-

cam parant, inſtar parallelipipedi, pice intus oblitam, eandemq; Horizonti parallelam ſtatuunt. Ingerunt igitur corpus irregulare arcæ huic ita, ut aqvâ totum operiatur, notantq; ſuperficiem aqvæ in aſſeribus arcæ, ut altitudo parallelipipedi habeatur. Extracto deinde corpore, ſuperficiem aqvæ denuò in asſeribus notant, ut alterius qvaſi parallelipipedi altitudo habeatur. Subtracta deinceps hujus parallelipipedi ſoliditate, â ſoliditate illius, differentia erit ſoliditas irregularis corporis qvæſita. Vel differentia notatarum aqvæ altitudinum ducatur in baſin arcæ, productum enim erit corporis immiſſi ſoliditas.

*Aphor.* 28. *Corporum excavatorum*, ut urnarum & ſimilium vaſium ſoliditatem & capacitatem, ita invenire *Clavius* docet *Oper. tom.* 2. *p.* 146. Impleatur vas arenâ & ejus orificium ita obturetur, ut aqva ingredi neqveat; Impoſitô deinde vaſe in aqva intra arcam contenta, ac ſi eſſet corpus qvoddam

irre-

irregulare, ſoliditas ejus inveſtigetur. Deinde extractâ arenâ, notentur aqvæ latera, anteqvam vas vacuum imponatur. Impoſitô deniqve vaſe vacuô, ſignentur iterum latera aqvæ. Si namqve altitudo inter poſteriora ac priora latera multiplicetur per baſem arcæ, procreabitur ſoliditas ſolius vaſis, qvæ ſubtracta ex priori ſoliditate, notam relinqvet vaſis capacitatem.

*Aphor. 29. Pro Soliditate Sphæræ:* Demonſtrat *Archimedes*; duas tertias partes areæ, per Diametrum multiplicatas, exhibere Sphæræ ſoliditatem; Dividatur itaqve area Sphæræ, per antecedentia inventa, per ternarium & qvotiens bis ſumatur, qvod duplum per diametrum multiplicatum, manifeſtat ſoliditatem Sphæræ qvæſitam; ſive ducatur area in Diametrum, producti duæ tertiæ exhibent ſoliditatem Sphæræ.

*Aph. 30. Aliter Sphæræ ſoliditatem invenire poteris*, ſi obſerves: Productum tertiæ partis Semidiametri & ſuper-

ficiei convexæ exhibere Sphæræ ſoliditatem. Item productum Semidiametri & tertiæ partis ſuperficiei. Item productum Diametri & ſextæ partis ſuperficiei convexæ &c.

*Aphor.* 31. *Hemiſphærii ſoliditatem* determinat productum Semidiametri & tertiæ partis ſuperficiei ejusdem hemiſphærii. Vel productum Semidiametri & ſextæ partis ſuperficiei convexæ integræ Sphæræ. Vel productum duarum tertiarum, Diametri & ſemisſis areæ circuli.

*Aph.* 32. *Pro ſoliditate Sectoris Sphæræ* demonſtravit *Archimedes L.* 1. *prop.* 42. qvod Sectori Sphæræ æqvalis ſit conus, baſem habens circulum, æqvalem ſuperficiei convexæ portionis Sphæræ, altitudinem verò Semidiametro Sphæræ æqvalem.

*Aphor.* 33. *Soliditas portionis Sphæræ, hemiſphæriô minoris*, habetur, ſi à Sectoris ſoliditate ſubtrahatur ſoliditas coni, cujus baſis cum data portione eandem baſin habeat, altitudo autem ſit

ſit ê centro Sphæræ in baſin perpendicularis.

*Aphor.* 34. *Soliditas portionis Sphæræ, hemiſphæriô majoris* innoteſcit, ſoliditate coni, antea deſcripti, ſoliditati Sectoris Sphæræ, additâ.

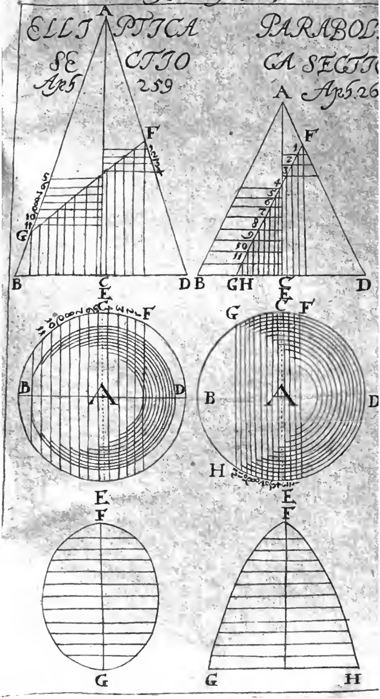
*Aph* 35. *Pro Soliditate Cylindri:* Multiplicetur area Cylindri, per ejusdem altitudinem, producetur ſoliditas.

*Aphor.* 36. *Pro Soliditate Coni:* Euclides L. XII. prop. X. *Omnis Conus*, inqvit, *tertia pars eſt Cylindri, eandem cum ipſo baſin habentis & altitudinem æqvalem*; Multiplicetur itaqve area baſeos Coni, per altitudinem axis ejusdem, producti pars tertia exhibebit ſoliditatem Coni.

*Aphor.* 37. Cum vaſa noſtra uſualia duorum Conorum truncatorum referant figuram, eorum gratia *de ſoliditate Coni truncati* invenienda, non incommodè agitur. Fiat autem pro eadem: ut ſe habet differentia baſis minoris & majoris, ad baſin minorem, ita ſe ha-

bet altitudo Coni truncati, ad altitudinem partis abſciſſæ, qvâ cognitâ, per antecedentia inveſtigentur ſoliditas Coni minoris, ſuper baſin nempè minorem & Coni totius, ſuper baſin majorem; Atqve illâ, ab hac, ſubtractâ, reſiduum patefacit ſoliditatem Coni truncati.

*Aphor.* 38. E dictis hactenus, uti *capacitas* ſeu ſoliditas cujusvis corporis, *per uſum virgæ Stereometricæ*, inveſtigari posſit, ſatis liqvet; Nam cum Pyramidum & Conorum capacitatem determinet pars tertia producti, qvod provenit ê multiplicatione areæ baſeos in altitudinem, Priſmatum autem & Cylindrorum capacitates cognoſcantur é multiplicatione areæ utriusqve baſeos in altitudinem, ideò adhibitâ virgâ Stereometricâ, Pyramidum & Priſmatum laterales baſes, Conorum autem & Cylindrorum diametri, cum altitudinibus cognoſcantur, & in ſe invicem, modô dictô, ducantur, ut proveniat capacitas hujusmodi corporis in


ELLI PTICA
SE CTIO
Ap5 259
PARABOL
CA SECTI
Ap5 26
A
B
C
D
E
F
G
H

in partibus virgæ; Productô enim diviſô per capacitatem unius menſuræ, vel modii &c. qvotiens capacitatem ejusdem corporis in menſura propoſita exhibebit.

*Aphor. 39. Pro ſoliditate cujusvis corporis inordinati, per uſum virgæ Stereometricæ inveſtiganda*, redigatur figura ſolida inordinata in ordinatam, atqve tunc agatur,ut anteà dictum eſt In ſpecie autem pro *doliorum*, qvæ plerumqve duorum Conorum truncatorum referunt figuram, Stereometria per virgam noſtram expedienda, notetur (1.) Si diametri doliorum exactè rotundæ non ſint, Diametrorum, decuſſatim acceptarum, ſemidifferentiam, ad Diametrum minorem additam, vel à majori ſubtractam, manifeſtare Diametrum æqvatam, (2.) æqvationem hanc pro utraqve dolii baſe, ſi opus eſt, eſſe repetendam. (3.) Si baſes do orum oppoſitæ æqvales non ſint, ſemidifferentiam eorundem, ad Diametrum minorem iterum additam, vel à m ori ſub-

tractam denuò æqvatam exhibere Diametrum. (4.) Si media Diameter, qvæ per lineam, ab orificio dolii, ad fundum usqve demiſſam concipitur, extremæ æqvatæ non reſpondeat, qvod in doliis noſtris uſu venit, æqvandas denuò inter ſe eſſe Diametros modo jam dicto, ut proveniat totius dolii Diameter æqvata, & ſimul dolium ipſum in Cylindrum mutatum concipiatur. (5.) Baſium margines & craſſitiem fundorum, ab externa Longitudine dolii totius ſubtrahendas eſſe, ut proveniat Longitudo dolii, qvâ liqvida comprehendit & qvamvis baſium craſſities inæqvalis ſit, ſolent tamen communiter utriusqve baſis craſſitiem uni margini æqvalem æſtimare, & univerſæ exteriori longitudini triplicatam ad baſin prominentiam ſubtrahere, (6.) his peractis, dolium inſtar Cylindri tractabitur, atqve adeò per Diametrum inventam invenitur ejusdem Perimeter, Semiperipheria, per Semidiametrum multiplicata, baſes Cylindri dabit

bit aream, qvæ in longitudinem ducta, dabit ſoliditatem in partibus virgæ, deniqve ſummâ hâc per partes Cubicas, uni menſuræ reſpondentes, diviſâ, qvotiens patefacit propoſiti dolii capacitatem deſideratam. Frumentorum, arenæ & ſimilium rerum Stereometria ſimili modô peragitur.

*Aphor.* 40. Uſus Virgæ Stereometricæ compendioſioris, cujus ſupra mentionem fecimus, per omnia ferè idem eſt, cum uſu virgæ Stereometricæ primùm deſcriptæ, hôc unicô obſervatô, de qvo anteà dictum, vaſis capacitatem inventam in particulis Cubicis, per 100. particulas dividendam eſſe, ut prodeat eadem capacitas, in menſuris uſualibus.

*Aphor.* 41. Coronidis loco error communis, qvem menſores vaſium uſualium committunt, recenſendus erit, ut Stereometricas ſubtilitates eo

melius & accuratius cognoſcamus: Solent communiter vaſa cereviſiaria vel vinaria, qvæ duorum Conorum truncatorum exhibent figuram, Cylindro comparare, per æqvationem Diametrorum, uti anteà dictum eſt; qvamvis autem habitudo Linearum rectarum pro hâc methodô videatur facere, uti id ê Schemate apparet, attamen qvi probè perpendit, Lineas easdem Sphæricas ſuperficies repræſentare; animadvertet facilè, æqvationem hanc minus accuratam eſſe, qvoniam pars Coni abſciſſa, circa medium, major eſt parte, circa dolii baſin, additâ, unde capacitas dolii inventa per hanc methodum, verâ ſemper minor eſt, & tanto major erit error, qvanta major eſt differentia Diametrorum. Præſtat itaqve, ſi operæ pretium id videbitur, & capacitas accuratè determinanda ſit, cujusvis Coni truncati capacitatem, ſeorſim, per antecedentia, inveſtigare, ut ſumma produ-

ctorum

ctorum exhibeat capacitatem dolii qvæſitam.

*Aphor.* 42. Dimenſione corporum explicatâ, leges transmutandi eadem, ita ſe habent: *Qvodvis corpus in Cubum* transformabitur; Si ſoliditate corporis cognitâ, extrahatur ê numeris, eandem exprimentibus, Radix Cubica; Determinabit eadem latus, ad qvod extructus Cubus, ſatisfaciet qvæſito.

*Aphor.* 43 *Cylindri in parallelipipedum* transmutatio æqvè facilis eſt; Baſi enim Cylindri circulari, in æqvale qvadratum immutatâ,& altitudine Cylindri retentâ, parallelipipedum Cylindro erit æqvale.

*Aphor.* 44. Ex adverſo *Parallelipipedo æqvalem Cylindrum conſtrues*, qvadratâ baſi in circularem transformatâ.

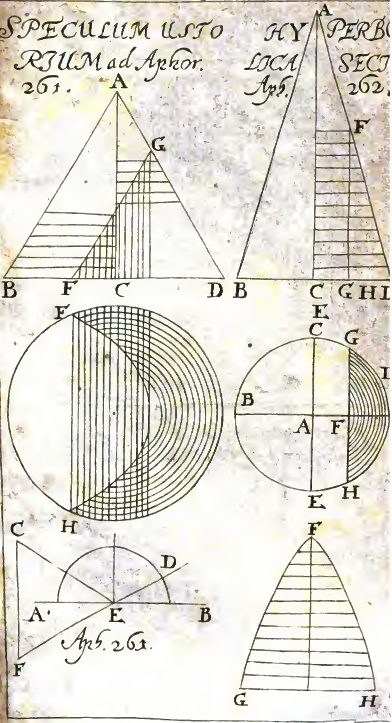
Aph.

*Aphor.* 45. Similiter *Conorum & Pyramidum mutua transformatio*, ab æqvatione baſium, retentis altitudinibus, dependet.

*Aphor.* 46. *Datô Priſmati æqvalis Pyramis*, ſuper baſi triplicata, retenta eâdem altitudine, conſtruetur. Nam omne priſma, triangularem habens baſin, dividitur in tres Pyramides, æqvales inter ſe triangulares baſes habentes. 7. *XII.*

*Aphor.* 47. *Datô Cylindrô æqvalis Conus*, iterum ſuper baſi triplicata, retentâ eâdem altitudine, conſtruetur. Nam omnis Conus tertia pars eſt Cylindri, eandem cum ipſo baſin habentis & altitudinem æqvalem. 10. *XII.*

*Aphor.* 48. Ex adverſo, *datis Pyramidi vel Cono, æqvale priſma, vel Cylindrus*, ſuper tertia parte baſeos, retentâ eâdem altitudine, conſtruetur.


SPECULUM USTORIUM ad Aphor. 261.
HYPERBOLICA SECTIO Aph. 262.
A
G
B F C D
A
F
B C G H I
F
H
E
C G
I
B
A F
E H
C H
D
A. E B
Aph. 261.
F
F
G H

Digitized by Google

*Aphor.* 49. Solida modo nominata tranſmutantur ſub data qvalibet alia altitudine, ſi in proportione, qvam habet altitudo data ad altitudinem ſolidi conſtruendi, baſis ejusdem ſolidi augeatur, vel minuatur. Altitudines enim cum baſibus ſunt reciprocæ.

*Aphor.* 50. Deniqve ê facillima Cubi Stereometria, pro transformandis corporibus, ſeqvens ab artificibus obſervata proportio notetur: Qvalium partium latus Cubi eſt 1000. talium eſt latus Tetraedri 2039. Octaedri 1285. Icoſaedri 770. Dodecaedri 507. Sphæræ 1239. Transformato igitur qvovis corpore in Cubum, μεταμόρφωσις ejusdem in alia ſolida erit expedita.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE